

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 AOUT 1957.

PRÉSIDENTE DE M. MAURICE CAULLERY.

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Mesures de probabilité sur l'espace de Banach*  $C[0, 1]$ . Note (\*) de M. **JOSEPH KAMPÉ DE FÉRIET**.

Dans une Note <sup>(1)</sup> antérieure, ayant construit une classe de mesures de probabilité sur tout espace de Banach admettant une base dénombrable, nous avons défini, comme application, des mesures sur  $C[0, 1]$  : presque tout échantillon  $x(t)$  est une fonction continue à variation bornée ; ces mesures sont donc, en quelque sorte, complémentaires de celle de N. Wiener, pour laquelle, presque sûrement, un échantillon n'est pas à variation bornée. Pour être certains que  $x(t)$  serait suffisamment régulière, nous imposons aux variables aléatoires  $\gamma_n$  la condition :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} E(|\gamma_n|) < +\infty.$$

Nous nous proposons de montrer, qu'en utilisant une condition plus faible, notre méthode reste valable et permet d'élargir suffisamment la classe des mesures de probabilité, pour qu'elle contienne également, comme cas particulier, celle de N. Wiener.

1. Nous introduirons, d'abord, une notation qui simplifiera les énoncés : étant donné un entier  $n > 0$ , nous dirons que  $n \in N_q$  si

$$(1) \quad 2^{q-1} \leq n < 2^q \quad (q = 1, 2, \dots);$$

à tout entier  $n > 0$  correspond biunivoquement le couple d'entiers  $(q_n, p_n)$  tels que

$$(2) \quad n = 2^{q_n-1} + p_n \quad (p_n = 0, 1, \dots, 2^{q_n-1} - 1).$$

Avec cette notation :  $a$ . les points  $t_n$  correspondant aux partitions dyadiques de  $[0, 1]$  s'écrivent

$$(3) \quad t_n = (2p_n + 1)2^{-q_n} \quad (n = 1, 2, \dots);$$

$b$ . les fonctions  $e_n(t)$ , constituant une base dans l'espace de Banach  $(^2)$   $C_0[0, 1]$ , sont définies par

$$(4) \quad \begin{cases} e_n(t) = 0 & [0 \leq t \leq p_n 2^{1-q_n}, (p_n + 1)2^{1-q_n} \leq t \leq 1], \\ e_n(t) = 2^{q_n} [t - p_n 2^{1-q_n}] & [p_n 2^{1-q_n} \leq t \leq (2p_n + 1)2^{-q_n}], \\ e_n(t) = 2^{q_n} [(p_n + 1)2^{1-q_n} - t] & [(2p_n + 1)2^{-q_n} \leq t \leq (p_n + 1)2^{1-q_n}]; \end{cases}$$

$c$ . les coefficients de Fourier de  $x(t) \in C_0[0, 1]$ ,

$$(5) \quad x(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \gamma_n e_n(t)$$

ont comme expression

$$(6) \quad \gamma_n = x\left(\frac{2p_n + 1}{2^{q_n}}\right) - \frac{1}{2} \left[ x\left(\frac{p_n}{2^{q_n-1}}\right) + x\left(\frac{p_n + 1}{2^{q_n-1}}\right) \right].$$

LEMME 1. — *La condition*

$$(A) \quad \sum_{q=1}^{q=+\infty} \sup_{n \in N_q} |\gamma_n| < +\infty$$

*est suffisante pour que la série (5) converge absolument et uniformément dans  $[0, 1]$  et, par conséquent, pour que  $x(t) \in C_0[0, 1]$ .*

Pour le prouver, il suffit de remarquer que, quel que soit  $t$ , parmi tous les  $e_n(t)$  tels que  $n \in N_q$ , il y en a au plus un qui soit différent de zéro; par conséquent,

$$(7) \quad \sum_{n \in N_q} |\gamma_n| e_n(t) \leq \sup_{n \in N_q} |\gamma_n|.$$

2. THÉORÈME 1. — *Étant donnée une suite de variables aléatoires  $\gamma_1, \dots, \gamma_n, \dots$  non nécessairement indépendantes, telles que*

$$(B) \quad \sum_{q=1}^{q=+\infty} E \left[ \sup_{n \in N_q} |\gamma_n| \right] < +\infty,$$

*la série (5) est, presque sûrement, absolument et uniformément convergente dans  $[0, 1]$  :*

$$(C) \quad \text{Prob} \left[ x(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \gamma_n e_n(t) \in C_0[0, 1] \right] = 1.$$

En effet, en vertu du critère  $(^3)$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} E(|X_n|) < +\infty \Rightarrow \text{Prob} \left[ \sum_{n=1}^{+\infty} |X_n| < +\infty \right] = 1,$$



la condition (B) garantit que (A) est satisfaite presque sûrement; la conclusion (C) résulte alors du lemme.

3. Dans des cas intéressants, on peut s'assurer que le critère (B) est satisfait grâce au :

LEMME 2. — *Étant données  $n$  variables aléatoires  $X_1, \dots, X_n$ , telles que, pour un certain  $r \geq 1$ ,*

$$E(|X_j|^r) = M^{(r)} < +\infty \quad (j=1, 2, \dots, n),$$

on a

$$(8) \quad M^{(1)} \leq E \left[ \sup_{1 \leq j \leq n} |X_j| \right] \leq n^{\frac{1}{r}} [M^{(r)}]^{\frac{1}{r}}.$$

L'inégalité évidente

$$(\sup |X_j|)^r \leq |X_1|^r + \dots + |X_n|^r$$

donne, en effet,

$$E[(\sup |X_j|)^r] \leq n M^{(r)};$$

il suffit d'appliquer l'inégalité de Hölder pour obtenir l'inégalité de droite dans (8); quant à l'inégalité de gauche, elle est triviale.

THÉOREME 2. — *Étant donnée une suite de variables aléatoires  $\eta_1, \dots, \eta_n, \dots$ , non nécessairement indépendantes, telles que pour un  $r \geq 1$ ,*

$$(9) \quad E(|\eta_n|^r) = M_q^{(r)} \quad (n \in \mathbb{N}_q, q=1, 2, \dots),$$

la condition

$$(B') \quad \sum_{q=1}^{q=+\infty} 2^{\frac{q}{r}} [M_q^{(r)}]^{\frac{1}{r}} < +\infty$$

est suffisante pour que la conclusion (C) soit vraie.

On l'établit en remarquant que, le nombre des  $n \in \mathbb{N}_q$  étant  $2^{q-1}$ , (8) et (9) donnent

$$E \left[ \sup_{n \in \mathbb{N}_q} |\eta_n| \right] \leq 2^{\frac{q-1}{r}} [M_q^{(r)}]^{\frac{1}{r}}.$$

4. Supposons maintenant que les  $\eta_n$  soient des variables aléatoires normales telles que

$$(10) \quad E(\eta_n) = 0, \quad E(\eta_n^2) = \sigma_q^2 \quad (n \in \mathbb{N}_q),$$

on a, pour tout  $r \geq 1$ ,

$$M_q^{(r)} = K_r \sigma_q^r \quad (K_r = \text{const. numérique}).$$

Donc, il suffit qu'il existe une valeur de  $r \geq 1$ , telle que

$$(B'') \quad \sum_{q=1}^{q=+\infty} 2^{\frac{q}{r}} \sigma_q < +\infty$$

pour que l'on puisse appliquer le théorème 2. En particulier :

THÉORÈME 3. — *Étant donnée une suite de variables aléatoires normales  $\eta_1, \dots, \eta_n, \dots$  indépendantes ou non, dont les moyennes sont nulles et dont les variances ont pour valeur*

$$(11) \quad E(\eta_n^2) = 2^{-\alpha q} \sigma^2 \quad (n \in \mathbb{N}_q),$$

la conclusion (C) est vraie quel que soit  $\alpha > 0$ .

En effet, la condition (B'') est satisfaite pour  $r > 2/\alpha$ .

5. Considérons le cas  $\alpha = 2$ , les variables aléatoires normales  $\eta_n$  étant supposées indépendantes; il est aisé de montrer que la fonction aléatoire  $x(t)$  correspondante est identique à la fonction du mouvement brownien, sous la forme où elle a été construite par Paul Lévy (\*). En effet, dans la série (5) les sommes partielles

$$x_n(t) = \sum_{j=1}^{j=n} \eta_j e_j(t)$$

sont représentées par des lignes polygonales  $P_n$ , ayant pour sommets les  $n$  points  $A_j = [t_j, x(t_j)]$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ );  $P_{n-1}$  étant tracée,  $P_n$  a les mêmes sommets  $A_1, \dots, A_{n-1}$ , plus un sommet  $A_n$  d'abscisse  $t_n$ , et dont l'ordonnée est donnée par (6)

$$x(t_n) = x\left(\frac{2P_n + 1}{2^{q_n}}\right) = \eta_n + \frac{1}{2} \left[ x\left(\frac{P_n}{2^{q_{n-1}}}\right) + x\left(\frac{P_n + 1}{2^{q_{n-1}}}\right) \right].$$

En vertu des hypothèses,  $\eta_n$  est une variable aléatoire normale, indépendante de  $\eta_1, \dots, \eta_{n-1}$  (qui ont servi à déterminer  $P_{n-1}$ ) et telle que  $E(\eta_n^2) = 2^{-2q_n} \sigma^2$ . Cette construction de la suite des lignes polygonales  $P_1, \dots, P_n$ , reproduit exactement la marche suivie par P. Lévy. Mais il est à noter que notre démonstration de la convergence  $x_n(t) \rightarrow x(t) \in C_0[0, 1]$  reste valide, même si les  $\eta_n$  ne sont pas indépendantes.

Comme la définition de la fonction aléatoire du mouvement brownien de P. Lévy est équivalente à celle de la mesure de N. Wiener sur  $C_0[0, 1]$ , il est clair que notre classe de mesures contient cette dernière comme cas particulier.

(\*) Séance du 12 août 1957.

(1) *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 2450.

(2)  $C_0[0, 1]$  est l'espace de Banach des fonctions  $x(t)$  continues dans  $[0, 1]$  et telles que  $x(0) = x(1) = 0$ , la norme étant celle de la convergence uniforme; comme on passe de  $C_0[0, 1]$  à  $C[0, 1]$  par l'artifice trivial utilisé dans notre Note antérieure, nous opérons toujours dans  $C_0$  pour simplifier l'écriture.

(3) *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1850.

(4) *Processus stochastiques et mouvement brownien*, Gauthier-Villars, Paris, 1948, exposé d'ensemble, où se trouve la bibliographie de ses travaux antérieurs.



## CORRESPONDANCE.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

*Introduction au génie nucléaire*, publiée sous la direction de THOMAS REIS.

T. I : *Physique et calcul des réacteurs nucléaires*, par THÉO KAHAN et MAURICE GAUZIT.

T. II : *Contrôle et protection des réacteurs nucléaires*, par MAURICE GAUZIT et THÉO KAHAN.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Un système de postulats pour le calcul des prédicats.*

Note (\*) de M. **JEAN PORTE**, transmise par M. Gaston Julia.

Le système de postulats pour le calcul des prédicats du premier ordre présenté par Quine dans *Mathematical logic* (1940) est équivalent à un système dont les postulats ont des énoncés plus simples, et qui utilise (comme le système de Quine) le « modus ponens » comme seule règle de déduction.

Il existe plusieurs formulations du « calcul des prédicats du premier ordre ». Choisissons une formulation dans laquelle :

— *l'alphabet* contient uniquement les « symboles » suivants :  $\neg$  (à interpréter comme négation),  $\supset$  (implication),  $\forall$  (quantificateur universel),  $\aleph_0$  variables,  $\aleph_0$  symboles propositionnels,  $\aleph_0$  symboles de prédicats de degré  $n$  (pour chaque entier  $n \geq 1$ ) <sup>(1)</sup>;

— les *formules* (formules « bien formées » au sens de Church, 1956, § 07) peuvent contenir des occurrences libres et des occurrences liées de la même variable; une formule est dite « close » si elle ne contient que des variables liées;

— une formule peut être une *thèse* (ou « théorème » au sens de Church, 1956, § 07), même si elle n'est pas close.

Alors on peut tirer de Quine (1940) le système suivant de postulats pour définir les thèses de ce système formel. « A », « B », ... désignant des formules quelconques, « x », « y », ... désignant des variables quelconques, le système de postulats est le suivant (après quelques modifications triviales du système de Quine 1940) : il y a six schémas d'axiomes, Q1, ..., Q6 et une seule règle R (le « modus ponens »); le signe «  $\vdash$  », qui n'appartient pas au système formel, indique que la formule suivante est une thèse du système formel;

l'expression «  $\mathcal{C}(A)$  » désigne la *clôture* de  $A$  (*voir* ci-dessous); le signe «  $\mathcal{C}$  » n'appartient pas non plus au système formel.

- (I)  $\left\{ \begin{array}{l} Q1 : \text{Si } A \text{ est une formule tautologique, alors : } \vdash \mathcal{C}(A), \\ Q2 : \vdash \mathcal{C}(\forall x \forall y A \supset \forall y \forall x A); \\ Q3 : \vdash \mathcal{C}(\forall x (A \supset B) \supset (\forall x A \supset \forall x B)); \\ Q4 : \text{Si } x \text{ n'a pas d'occurrence libre dans } A, \text{ alors :} \\ \quad \vdash \mathcal{C}(A \supset \forall x A); \\ Q5 : \text{Si } B \text{ ne diffère de } A \text{ qu'en ce qu'elle contient des occurrences libres} \\ \quad \text{de } y \text{ partout où } A \text{ contient des occurrences libres de } x, \text{ alors :} \\ \quad \vdash \mathcal{C}(\forall x A \supset B); \\ Q6 : \vdash \forall x A \supset A; \\ R : \text{Si } \vdash A \supset B \quad \text{et si} \quad \vdash A \quad \text{alors} \quad \vdash B. \end{array} \right.$

Le schéma Q6 a été ajouté au système de Quine (1940) pour qu'une formule non close puisse être une thèse. La notion de « tautologie » est définie dans Quine (1940), de même que la notion de « clôture ». Q1, ..., Q6 sont des schémas d'axiomes et non des règles, parce ce que l'ensemble (infini) des formules contenues dans chacun de ces schémas est un ensemble récursif. Le schéma Q5 peut être appelé « l'axiome de substitution »; son énoncé est assez lourd : il revient à dire que la substitution de  $y$  à  $x$  n'est « permise » que si aucune occurrence de  $y$  ne se trouve dans le « champ d'action » (en anglais : « scope », *voir* Church, 1956, § 39) d'un quantificateur en  $x$ . Ce qui suit a essentiellement pour but de simplifier l'énoncé des axiomes.

Berry 1941 et Fitch 1941 ont montré que le schéma Q2 devient démontrable, si l'on modifie légèrement la définition de la « clôture » d'une formule (*voir* Quine, 1951, § 16-17). Dans ce qui suit j'adopterai la définition de la « clôture » donnée par Berry et adoptée par Quine (1951). «  $\mathcal{F}_x^y(A)$  » désignera la formule obtenue en remplaçant dans  $A$  chaque occurrence libre de  $x$  par une occurrence de  $y$ .

- (II)  $\left\{ \begin{array}{l} Q'1a : \vdash \mathcal{C}((A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))), \\ Q'1b : \vdash \mathcal{C}(A \supset (B \supset A)), \\ Q'1c : \vdash \mathcal{C}((\neg A \supset \neg B) \supset (B \supset A)), \\ Q'2 : \vdash \mathcal{C}(\forall x \forall y A \supset \forall y \forall x A), \\ Q'3 : \vdash \mathcal{C}(\forall x (A \supset B) \supset (\forall x A \supset \forall x B)), \\ Q'4 : \text{Si } x \text{ n'a pas d'occurrence libre dans } A, \text{ alors :} \\ \quad \vdash \mathcal{C}(A \supset \forall x A), \\ Q'5a : \text{Si } y \text{ n'a pas d'occurrence liée dans } A, \text{ alors :} \\ \quad \vdash \mathcal{C}(\forall x A \supset \mathcal{F}_x^y(A)), \\ Q'5b : \vdash \mathcal{C}(\forall x A \supset A), \\ Q'6 : \vdash \forall x A \supset A, \\ R : \text{Si } \vdash A \supset B \quad \text{et si} \quad \vdash A, \quad \text{alors} \quad \vdash B. \end{array} \right.$



Dans ces conditions, on peut montrer que le système de postulats ci-dessus (I) est équivalent au suivant (II).

Il est immédiat que (I) entraîne (II). Inversement, il est facile de montrer que  $Q'1a$ ,  $Q'1b$  et  $Q'1c$  peuvent remplacer  $Q1$ . Pour prouver l'équivalence de (I) et de (II), l'essentiel de la démonstration consiste à prouver, en tenant compte des autres postulats, que  $Q5$  peut être dérivé de  $Q'5a$  et  $Q'5b$ .

Dans le système (II), il ne semble pas possible de reproduire la démonstration de Berry (1941) (et Quine, 1951) permettant de dériver  $Q2$  (ou  $Q'2$ ) des autres postulats.

L'avantage du système (II) consiste en ce que l'énoncé des schémas d'axiomes ne fait appel qu'aux notions les plus simples (inexistence d'occurrences libres de  $x$  dans  $A$ , inexistence d'occurrences liées de  $y$  dans  $A$ , substitution d'une variable à toutes les occurrences libres d'une autre variable, clôture d'une formule). De plus, le système (II) conserve ce trait intéressant du système (I) que le *modus ponens* y reste la seule règle de déduction <sup>(2)</sup>.

(\*) Séance du 12 août 1957.

(1) Les parenthèses formelles sont inutiles; dans ce qui suit j'utilise des parenthèses non formelles pour désigner commodément certaines formules bien formées, en utilisant les procédés habituels.

(2) G. D. W. BERRY, *J. Symb. Logic*, 6, 1941, p. 23-27; ALONZO CHURCH, *Introduction to mathematical logic*, Princeton, 1956; F. B. FITCH, *J. Symb. Logic*, 6, 1941; W. v. O. QUINE, *Mathematical logic*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1940; W. v. O. QUINE, *Mathematical logic*, revised edition, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1951.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Faisceaux analytiques cohérents sur le produit d'un espace analytique et d'un espace projectif*. Note (\*) de MM. HANS GRAUERT et REINHOLD REMMERT, présentée par M. Louis de Broglie.

En utilisant la théorie des faisceaux analytiques cohérents sur les espaces complexes et la notion d'image directe d'un faisceau analytique due à Grothendieck, on généralise les théorèmes A et B de H. Cartan et J.-P. Serre à une classe d'espaces-produits  $Y \times P_n$ .

1. Soient  $X$ ,  $Y$  des espaces analytiques [au sens de H. Cartan et J.-P. Serre <sup>(1)</sup>]; soit  $\tau : X \rightarrow Y$  une application holomorphe de  $X$  dans  $Y$ . A tout faisceau analytique  $\mathcal{F}$  sur  $Y$ , on associe une image réciproque analytique  $\tau^*(\mathcal{F})$  sur  $X$ , de la manière suivante : désignons comme toujours par  $\mathcal{O}(X)$  [resp.  $\mathcal{O}(Y)$ ] le faisceau des germes de fonctions holomorphes sur  $X$  (resp. sur  $Y$ ), et soient  $\mathcal{S}'$  et  $\mathcal{O}'$  les faisceaux images réciproques de  $\mathcal{F}$  et de  $\mathcal{O}(Y)$  par l'application continue  $\tau : X \rightarrow Y$ . On a un homomorphisme canonique  $j : \mathcal{O}' \rightarrow \mathcal{O}(X)$ , qui associe à tout germe de fonction holomorphe  $f$  au

point  $\tau(x)$  le germe  $f \circ \tau$  holomorphe au point  $x$ . L'application  $j$  définit sur  $\mathcal{O}(X)$  une structure de faisceau de modules sur le faisceau d'anneaux  $\mathcal{O}'$ . D'autre part,  $\mathfrak{S}'$  est un faisceau de modules sur le faisceau d'anneaux  $\mathcal{O}'$ .

DÉFINITION 1. — Soit  $\mathfrak{F}$  un faisceau analytique sur  $Y$ . On appelle image réciproque analytique de  $\mathfrak{F}$  par l'application holomorphe  $\tau : X \rightarrow Y$  le faisceau  $\tau^*(\mathfrak{F})$  défini par

$$\tau^*(\mathfrak{F}) = \mathfrak{S}' \otimes_{\mathcal{O}'} \mathcal{O}(X)$$

(le produit tensoriel étant pris sur le faisceau d'anneaux  $\mathcal{O}'$ ).

On démontre tout de suite :

PROPOSITION 1. — L'image réciproque analytique  $\tau^*(\mathfrak{F})$  d'un faisceau analytique cohérent  $\mathfrak{F}$  sur  $Y$  est un faisceau analytique cohérent sur  $X$ . Le faisceau  $\tau^*(\mathcal{O}(Y))$  est canoniquement isomorphe à  $\mathcal{O}(X)$ . Si  $\mathfrak{F}$  est le faisceau des germes de sections holomorphes d'un fibré analytique  $V$  à fibres vectorielles de base  $Y$ , alors  $\tau^*(\mathfrak{F})$  est le faisceau des germes de sections holomorphes du fibré  $\tau^*(V)$ , image réciproque de  $V$  par l'application  $\tau : X \rightarrow Y$ .

Lorsque  $X$  est un sous-ensemble analytique de  $Y$ , et  $\tau$  l'injection de  $X$  dans  $Y$ , l'image réciproque analytique  $\tau^*(\mathfrak{F})$  n'est autre que la restriction (analytique) de  $\mathfrak{F}$  à  $X$ .

2. Soit  $\tau : X \rightarrow Y$  une application holomorphe; à tout faisceau analytique  $\mathfrak{S}$  sur  $X$  on associe une suite de faisceaux analytiques  $\tau_q(\mathfrak{S})$  ( $q = 0, 1, 2, \dots$ ) sur  $Y$ , appelée la suite des images directes analytiques de  $\mathfrak{S}$ . On définit  $\tau_q(\mathfrak{S})$  par la donnée d'un préfaisceau. Posons  $T_q(U) = H^q(\tau^{-1}(U), \mathfrak{S})$  pour tout ouvert  $U$  de  $Y$ ;  $T_q(U)$  est un module sur l'anneau des fonctions holomorphes dans  $U$ . Pour  $V \subset U$  désignons par  $r_V^U$  la restriction canonique  $H^q(\tau^{-1}(U), \mathfrak{S}) \rightarrow H^q(\tau^{-1}(V), \mathfrak{S})$ ; la collection  $\{T_q(U), r_V^U\}$  est un préfaisceau analytique sur  $Y$ , pour tout entier  $q \geq 0$ .

DÉFINITION 2. — Le faisceau analytique  $\tau_q(\mathfrak{S})$  défini par le préfaisceau analytique  $\{T_q(U), r_V^U\}$  s'appelle la  $q^{\text{ième}}$  image directe analytique du faisceau  $\mathfrak{S}$  par l'application  $\tau$  (2).

On a un homomorphisme canonique  $(\tau_0(\mathfrak{S}))^t \rightarrow \mathfrak{S}$ , obtenu en associant à toute section de  $\mathfrak{S}$  dans un voisinage de  $\tau^{-1}(\tau(x))$  le germe de section qu'elle définit au point  $x \in X$ . On en déduit un homomorphisme analytique

$$(\tau_0(\mathfrak{S}))^t \otimes_{\mathcal{O}'} \mathcal{O}(X) \rightarrow \mathfrak{S} \otimes_{\mathcal{O}(X)} \mathcal{O}(X) \approx \mathfrak{S},$$

c'est-à-dire un homomorphisme analytique  $\alpha : \tau^*(\tau_0(\mathfrak{S})) \rightarrow \mathfrak{S}$ .

3. Les notions suivantes sont utiles pour énoncer les résultats généraux.

DÉFINITION 3. — On dit qu'un faisceau analytique  $\mathfrak{S}$  sur  $X$  est A-simple pour l'application holomorphe  $\tau : X \rightarrow Y$ , si l'homomorphisme  $\alpha : \tau^*(\tau_0(\mathfrak{S})) \rightarrow \mathfrak{S}$  est surjectif. On dit que  $\mathfrak{S}$  est B-simple pour l'application  $\tau$ , si tous les faisceaux  $\tau_q(\mathfrak{S})$  sont nuls pour  $q > 0$ . On dit que  $\mathfrak{S}$  est simple pour l'application  $\tau$ , si  $\mathfrak{S}$  est A-simple et B-simple.



Si  $Y$  est réduit à un point, dire que  $\mathfrak{S}$  est  $A$ -simple revient à dire que les sections holomorphes de  $\mathfrak{S}$  sur  $X$  engendrent le faisceau  $\mathfrak{S}$ ; nous dirons alors que  $\mathfrak{S}$  est un  $A$ -faisceau. Dire que  $\mathfrak{S}$  est  $B$ -simple signifie que  $H^q(X, \mathfrak{S}) = 0$  pour  $q > 0$ ; nous dirons alors que  $\mathfrak{S}$  est un  $B$ -faisceau.

PROPOSITION 2. — *a. Si un faisceau analytique  $\mathfrak{S}$  sur  $X$  est  $A$ -simple pour  $\tau$ , et si  $\tau_0(\mathfrak{S})$  est un  $A$ -faisceau, alors  $\mathfrak{S}$  est un  $A$ -faisceau [on observe que toute section de  $\tau_0(\mathfrak{S})$  sur  $Y$  peut être considérée comme une section de  $\mathfrak{S}$  sur  $X$ ];*

*b. Si un faisceau analytique cohérent  $\mathfrak{S}$  sur  $X$  est  $B$ -simple pour  $\tau$ , alors il y a des isomorphismes canoniques  $H^q(X, \mathfrak{S}) \approx H^q(Y, \tau_0(\mathfrak{S}))$  pour  $q \geq 0$  [par conséquent : pour que  $\mathfrak{S}$  soit un  $B$ -faisceau, il faut et il suffit que  $\tau_0(\mathfrak{S})$  soit un  $B$ -faisceau <sup>(3)</sup>].*

4. Soit  $P_n$  l'espace projectif complexe de dimension  $n$ , et soit  $Y$  un espace analytique quelconque. Soit  $\tau$  la projection  $Y \times P_n \rightarrow Y$ ; soit  $F$  un fibré analytique de base  $Y \times P_n$  et de fibre vectorielle de dimension 1; supposons que  $F$  possède une section holomorphe qui s'annule exactement avec l'ordre 1 sur  $Y \times P_n$  <sup>(4)</sup>. Soit  $\mathcal{F}$  le faisceau des germes de sections holomorphes de  $F$ . Alors :

THÉORÈME 1. — *Soit  $\mathfrak{S}$  un faisceau analytique cohérent sur  $Y \times P_n$ ; soit  $Q$  un ouvert relativement compact de  $Y$ . Alors il existe un entier  $k_0 = k_0(Q, \mathfrak{S}) \geq 0$ , tel que tous les faisceaux  $\mathfrak{S} \otimes \mathcal{F}^k(Q \times P_n)$ , pour  $k \geq k_0$ , soient simples pour l'application  $\tau$ .*

Ce théorème généralise les théorèmes A et B démontrés par J.-P. Serre pour l'espace projectif  $P_n$  <sup>(5)</sup>. Notre démonstration du théorème 1 n'utilise pas le théorème de finitude de H. Cartan et J.-P. Serre <sup>(6)</sup>.

THÉORÈME 2. — *La  $q^{\text{ième}}$  image directe analytique  $\tau_q(\mathfrak{S})$  de tout faisceau analytique cohérent  $\mathfrak{S}$  sur  $Y \times P_n$  est un faisceau cohérent sur  $Y$ .*

A l'aide de ces théorèmes, et en utilisant la proposition 2 ainsi que les théorèmes A et B pour les espaces analytiques holomorphiquement complets, on obtient le :

THÉORÈME 3. — *Soit  $\mathfrak{S}$  un faisceau analytique cohérent sur  $Y \times P_n$ , et soit  $Q$  un ouvert de  $Y$  relativement compact et holomorphiquement complet. Alors il existe un entier  $k_0 = k_0(Q, \mathfrak{S}) \geq 0$  tel que :*

*a. pour  $k \geq k_0$ , les sections holomorphes de  $\mathfrak{S} \otimes \mathcal{F}^k$  sur  $Q \times P_n$  engendrent le faisceau  $\mathfrak{S} \otimes \mathcal{F}^k(Q \times P_n)$ ;*

*b. pour  $k \geq k_0$ , les groupes  $H^q(Q \times P_n, \mathfrak{S} \otimes \mathcal{F}^k)$  sont nuls pour  $q \geq 1$ .*

(\*) Séance du 12 août 1957.

(1) Voir H. CARTAN, *Séminaires* 1951-1952 et 1953-1954; J.-P. SERRE, *Ann. Inst. Fourier*, 6, 1956, p. 1-42.

(2) Cette définition est due à A. Grothendieck.

(3) D'après H. Cartan,  $b$  reste vrai pour tout faisceau  $\mathfrak{S}$ . Si  $\mathfrak{S}$  n'est pas  $B$ -simple, on peut comparer les groupes  $H^q(X, \mathfrak{S})$  et  $H^q(Y, \tau_0(\mathfrak{S}))$  en utilisant une suite spectrale.

(<sup>4</sup>)  $P_n^\infty$  désigne l'ensemble des points à l'infini de  $P_n$ ;  $P_n^\infty$  est un espace projectif complexe de dimension  $n - 1$ .

(<sup>5</sup>) Voir H. CARTAN, *Séminaire* 1953-1954, Exp. XVIII-XIX; J.-P. SERRE, *loc. cit.* (lemmes 7 et 8).

(<sup>6</sup>) Voir H. CARTAN, *Séminaire* 1953-1954, Exp. XVII.

GÉOMÉTRIE. — *Contribution à la théorie des objets géométriques spéciaux non différentiels avec plusieurs composantes dans l'espace  $X_m$ . I.* Note de M. OCTAVIAN ÉMIL GEORGHIU, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Forme explicite des fonctions  $f$  de transformation, l'espace  $X_m$  étant rapporté à un pseudo-groupe général de systèmes de coordonnées admissibles. Cas des objets des classes 0 ou 1.

Soit un espace à  $m$  dimensions  $X_m$ , rapporté à un pseudogroupe général de systèmes de coordonnées admissibles  $\mathcal{G}$ . En désignant par  $x^a$  ( $a, b, c = 1, 2, \dots, m$ ) les coordonnées d'un point variable  $P \in X_m$ , dans un système admissible quelconque B des coordonnées, par  $\bar{x}^\alpha$  ( $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, \dots, m$ ) [les coordonnées du même point P dans un système admissible transformé  $\bar{B}$  [les fonctions de transformation  $\bar{x}^\alpha = \bar{x}^\alpha(x^1, x^2, \dots, x^m)$  sont de classe  $C^v$  avec le jacobien de la transformation  $\Delta = |\partial \bar{x}^\alpha / \partial x^\alpha| \neq 0$ ] et par  $\Omega_{r_1 \dots r_t}^{p_1 \dots p_s}(x^\alpha)$  respectivement  $\bar{\Omega}_{\bar{r}_1 \dots \bar{r}_t}^{\bar{p}_1 \dots \bar{p}_s}(\bar{x}^\alpha)$  les composantes d'un objet géométrique donné avec plusieurs composantes dans le système B respectivement  $\bar{B}$  dans le point P, nous avons, sous l'hypothèse que  $\Omega_{r_1 \dots r_t}^{p_1 \dots p_s}(x^\alpha)$  est un objet géométrique spécial (<sup>1</sup>) non différentiel (<sup>2</sup>) de classe  $v$ , la règle suivante de transformation :

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \bar{\Omega}_{\bar{r}_1 \dots \bar{r}_t}^{\bar{p}_1 \dots \bar{p}_s}(\bar{x}^\alpha) &= f_{\bar{r}_1 \dots \bar{r}_t}^{\sigma_1 \dots \sigma_s} \left\{ \Omega_{r_1 \dots r_t}^{p_1 \dots p_s}(x^\alpha); x^a, \bar{x}^\alpha(x^a), \frac{\partial \bar{x}^\alpha}{\partial x^a}, \frac{\partial^2 \bar{x}^\alpha}{\partial x^a \partial x^b}, \dots, \frac{\partial^v \bar{x}^\alpha}{\partial x^{a_1} \dots \partial x^{a_v}} \right\} \\ &\quad (p_i, \sigma_i, r_j, \bar{r}_j, a, b, \alpha, a_k = 1, 2, \dots, m), \end{aligned} \right.$$

où la forme des fonctions  $f$  ne dépend pas du choix particulier des systèmes B et  $\bar{B}$ .

Dans cette Note nous présentons la forme des fonctions  $f$  quand l'objet géométrique spécial non différentiel  $\Omega_{r_1 \dots r_t}^{p_1 \dots p_s}(x^\alpha)$  est de classe zéro respectivement de classe I.

0. *La classe zéro.* — Tous les objets géométriques spéciaux non différentiels de classe zéro, avec  $m^{s+t}$  composantes dans l'espace  $X_m$  sont compris dans les formules

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} f_{\bar{r}_1 \dots \bar{r}_t}^{\sigma_1 \dots \sigma_s} \left\{ \Omega_{r_1 \dots r_t}^{p_1 \dots p_s}(x^\alpha); x^a, \bar{x}^\alpha(x^a) \right\} &= K_{\bar{r}_1 \dots \bar{r}_t}^{\sigma_1 \dots \sigma_s} \left\{ H_{q_1 \dots q_t}^{l_1 \dots l_s} \left[ \Omega_{r_1 \dots r_t}^{p_1 \dots p_s}(x^\alpha); x^a \right]; \bar{x}^\alpha(x^a) \right\} \\ &\quad (p_i, \sigma_i, l_i, r_j, \bar{r}_j, q_j, a, \alpha = 1, 2, 3, \dots, m), \end{aligned} \right.$$

où les fonctions  $H_{q_1 \dots q_t}^{l_1 \dots l_s}(\dots u_i; x^a)$  sont arbitraires, univoques, continues



et inversibles par rapport aux arguments  $u_1, u_2, \dots, u_{m^{s+l}}$  et les fonctions  $K_{\rho_1 \dots \rho_l}^{\sigma_1 \dots \sigma_s}(u_i; x^a)$  sont les fonctions inverses des fonctions  $H$  par rapport aux  $m^{s+l}$  premières variables. Ces fonctions sont aussi univoques continues et inversibles. Nous avons

$$\begin{aligned} v_i &= H_{q_1 \dots q_l}^{l_1 \dots l_s}(u_1, u_2, \dots, u_{m^{s+l}}; x^a) \\ u_i &= K_{\rho_1 \dots \rho_l}^{\sigma_1 \dots \sigma_s}(v_1, v_2, \dots, v_{m^{s+l}}; x^a) \quad (i = 1, 2, \dots, m^{s+l}), \\ K_{\rho_1 \dots \rho_l}^{\sigma_1 \dots \sigma_s} &= H_{q_1 \dots q_l}^{l_1 \dots l_s}(u_1, u_2, \dots, u_{m^{s+l}}; x^a); x^a, \dots, u_l. \end{aligned}$$

Donc dans le cas  $v = 0$  la loi de transformation (1) dépend de  $m^{s+l}$  fonctions arbitraires  $H$  des  $m^{s+l} + m$  variables indépendantes. Pour  $m = 1$  nous retrouvons le résultat de M. St. Gołab<sup>(2)</sup> et de M<sup>me</sup> H. Pidek<sup>(3)</sup>.

1. *La classe I.* — Tous les objets géométriques spéciaux non différentiels avec plusieurs composantes de classe I, dans l'espace  $X_m$  sont compris dans les types suivants de formules

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} & f_{\rho} \left[ \Omega_{\rho}(x^a); x^a, x^x(x^a), \frac{\partial x^x}{\partial x^a} \right] \\ & = K_{\rho} \left\{ \Delta^{\omega_1} H_1[\Omega_{\rho}(x^a); x^a], \dots, \Delta^{\omega_n} H_n[\Omega_{\rho}(x^a); x^a]; \bar{x}^x(x^a) \right\} \\ & (p, r, s = 1, 2, \dots, n; \quad a, x = 1, 2, \dots, m; \quad \omega_1, \dots, \omega_n = \text{const. arbit.}), \end{aligned} \right.$$

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} & f_{\rho_1 \dots \rho_l}^{\sigma_1 \dots \sigma_s} \left\{ \Omega_{\rho_1 \dots \rho_l}^{p_1 \dots p_s}(x^a); x^a, x^x(x^a), \frac{\partial x^x}{\partial x^a} \right\} \\ & = K_{\rho_1 \dots \rho_l}^{\sigma_1 \dots \sigma_s} \left\{ \Delta^{\omega} H_{\sigma_1 \dots \sigma_l}^{q_1 \dots q_s}[\Omega_{\rho_1 \dots \rho_l}^{p_1 \dots p_s}(x^a); x^a] \frac{\partial \bar{x}^{\tau_1}}{\partial x^{q_1}} \dots \frac{\partial \bar{x}^{\tau_s}}{\partial x^{q_s}} \frac{\partial x^{\tau_1}}{\partial \bar{x}^{\pi_1}} \dots \frac{\partial x^{\tau_l}}{\partial \bar{x}^{\pi_l}}; \bar{x}^x(x^a) \right\} \\ & (p_i, \sigma_i, q_i, \tau_i, r_j, \rho_j, \pi_j, a, x = 1, 2, \dots, m; \quad \omega = \text{const. arbit.}), \end{aligned} \right.$$

$$(5) \quad f_{\rho_1 \dots \rho_l}^{\sigma_1 \dots \sigma_s} \left\{ \Omega_{\rho_1 \dots \rho_l}^{p_1 \dots p_s}(x^a), x^a, \bar{x}^x(x^a), \frac{\partial \bar{x}^x}{\partial x^a} \right\} \\ = K_{\rho_1 \dots \rho_l}^{\sigma_1 \dots \sigma_s} \left\{ \frac{\left\{ \Omega_{\sigma_1 \dots \sigma_l}^{q_1 \dots q_s}(x^a); x^a \right\} \times \left\{ \frac{\partial \bar{x}^{\tau_1}}{\partial x^{q_1}} \dots \frac{\partial \bar{x}^{\tau_s}}{\partial x^{q_s}} \cdot \frac{\partial x^{\tau_1}}{\partial \bar{x}^{\pi_1}} \dots \frac{\partial x^{\tau_l}}{\partial \bar{x}^{\pi_l}} \right\}}{\left\{ H_{\rho_1 \dots \rho_l}^{q_1 \dots q_s}[\Omega_{\sigma_1 \dots \sigma_l}^{p_1 \dots p_s}(x^a); x^a] \times \left\{ \frac{\partial \bar{x}^m}{\partial x^{p_1}} \dots \frac{\partial \bar{x}^m}{\partial x^{p_s}} \cdot \frac{\partial x^{\tau_1}}{\partial \bar{x}^m} \dots \frac{\partial x^{\tau_l}}{\partial \bar{x}^m} + \left( \frac{\partial \bar{x}^m}{\partial x^m} \right)^s \left( \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^m} \right)^l \right\}} \right\}; x^x(x^a) \right\},$$

( $p_i, \sigma_i, q_i, r_j, \rho_j, \pi_j, \tau_j = 1, 2, \dots, m; m = \text{fixe}$ ; on exclut le cas où tous les indices sont en même temps égaux aux  $m$ , parce que la composante  $\Omega_{m \dots m}^{m \dots m}$  et les fonctions  $H_{m \dots m}^{m \dots m}$  et  $K_{m \dots m}^{m \dots m}$  n'existent plus; les indices qui se répètent dans la même expression font la somme).

Dans (3) les fonctions  $H_r(u_1, \dots, u_n; x^a)$  sont  $n$  fonctions arbitraires, univoques, continues et inversibles par rapport aux premières  $n$  variables  $u_s$  et  $K_{\rho}(u_r; x^a)$  sont les fonctions inverses des fonctions  $H_r$  elles aussi univoques, continues et inversibles. La loi (1) précisée par les formules (3) contient  $n$  fonctions arbitraires  $H_r$  de  $n + m$  variables et  $n$  constantes arbitraires  $\omega_p$ .

Dans (4) les fonctions  $H_{\sigma_1 \dots \sigma_l}^{q_1 \dots q_s}(\dots u_i \dots; x^a)$  et  $K_{\rho_1 \dots \rho_l}^{\sigma_1 \dots \sigma_s}(\dots u_i \dots; x^a)$  sont

respectivement  $m^{s+l}$  fonctions arbitraires, univoques, continues et inversibles par rapport aux arguments  $u_i$  dont le nombre est de  $m^{s+l}$ . Les fonctions  $K$  sont les fonctions inverses des fonctions  $H$  et réciproquement. La loi (1) explicitée par les formules (4) contient  $m^{s+l}$  fonctions arbitraires  $H$  aux  $m^{s+l} + m$  arguments et une constante arbitraire  $\omega$ .

Dans (5) les fonctions  $H$  et  $K$  sont respectivement  $m^{s+l} - 1$  fonctions arbitraires, univoques, continues et inversibles par rapport aux premiers  $m^{s+l} - 1$  arguments. En inversant le système des fonctions  $H$  on obtient le système des fonctions  $K$  et réciproquement. La loi (1) déterminée par (5) dépend de  $m^{s+l} - 1$  fonctions arbitraires  $H$  de  $m^{s+l} - 1 + m$  variables indépendantes.

(1) J. A. SCHOUTEN et J. HAANTJES, *Proc. London Math. Soc.*, 42, 1937, p. 356-376.

(2) ST. GOLAB, *Bull. Acad. Polon. Sc. et Lettres*, série A : Sc. Math., 1949, p. 67-72.

(3) H. PIDEK, *Ann. Polon. Math.*, 1, 1, 1954, p. 128-134.

#### ANALYSE COMBINATOIRE. — Calcul automatique des déterminants.

Note (\*) de M. **RENÉ GOUARNÉ**, présentée par M. Louis de Broglie.

On donne un organigramme du calcul du déterminant d'une matrice  $A$   $n \times n$  quelconque par la méthode des cycles (1). On note  $\rho(P) a(P)$  le terme de  $|A|$  tel que  $P$  soit la permutation qui change la suite des indices de ligne des éléments facteurs en celle de leurs indices de colonne ( $\rho$ , coefficient de parité,  $a$ , produit d'éléments). Si  $P$  est un cycle (2)  $n$ .aire,  $a(P)$  est un terme cyclique  $n$ .aire et  $\rho = \cos(n+1)\pi$  (3).

A compte au plus  $p$  éléments non nuls par ligne; on met les  $q$  éléments  $a_{l,c_k}$  de la  $l^{\text{ème}}$  ligne, par exemple, en  $q$  mémoires consécutives  $m_{l,k}$  de rang  $l(p+1) + k$  ( $k \leq q \leq p \leq n$ ). Les  $p+1-q$  mémoires suivantes contiennent 0. Ainsi à toute ligne de  $A$  correspondent  $p+1$  mémoires dont la dernière contient toujours 0; à  $A$  correspond un ensemble  $M$  de  $n(p+1)$  mémoires.

Soit  $\nu(m)$ , ou  $(m)$ , et  $r(m)$  le contenu et le rang d'une mémoire  $m$ ,  $\nu^{-1}(\varphi)$  et  $r^{-1}(\rho)$  les fonctions inverses telles que

$$\nu[\nu^{-1}(\varphi)] = \varphi \quad \text{et} \quad r[r^{-1}(\rho)] = \rho.$$

Pour tout élément  $a_{i,k}$  non nuls, on adopte

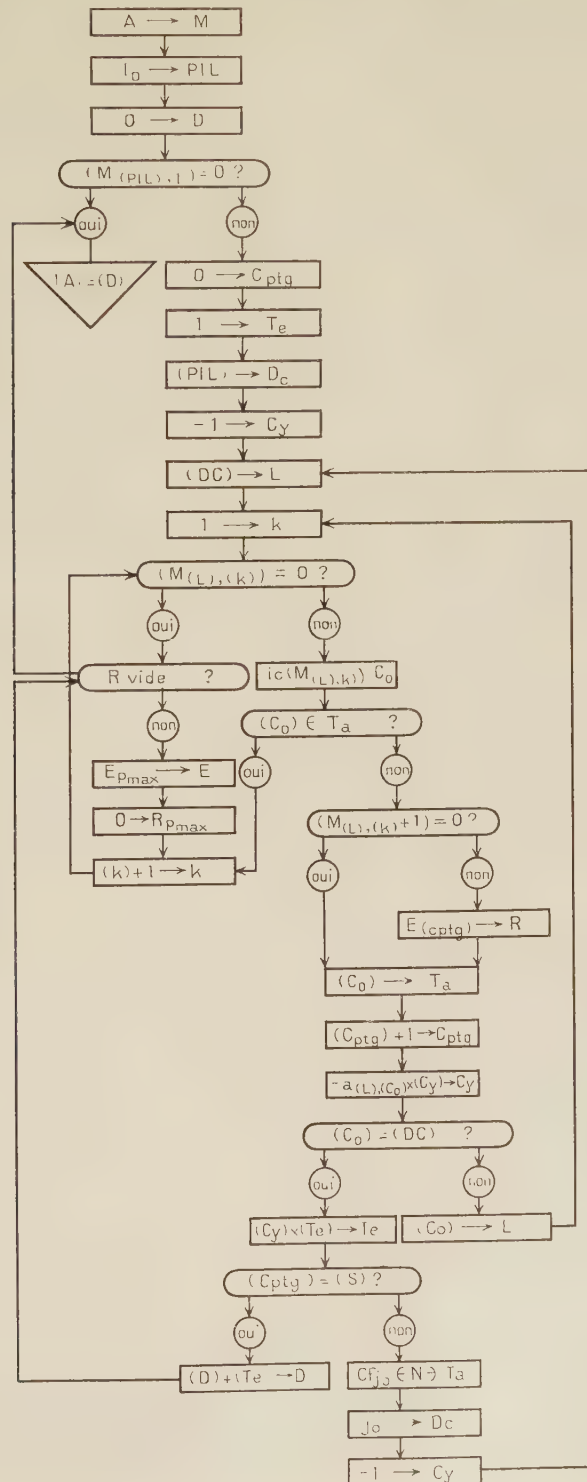
$$r[\nu^{-1}(i)] = r[\nu^{-1}(a_{i,k})] + \lambda, \quad r[\nu^{-1}(k)] = r[\nu^{-1}(a_{i,k})] + \mu,$$

où  $\lambda$  et  $\mu$  sont des incréments fixes; si la capacité individuelle des mémoires est de  $c$  chiffre,  $n$  en comptant  $\nu$ ,  $i$  et  $k$  peuvent tenir une seule mémoire si  $c \geq 2\nu$ : alors  $\lambda = \mu$ ; de même si l'élément ayant le plus de chiffres en a  $\alpha$ , on peut annuler  $\lambda$  et  $\mu$  si  $c \geq \alpha + 2\nu$ .

*Description et notations.* — Les instructions sont dans des rectangles, sauf celle de fin de calcul incluse dans un triangle. Les tests sont dans un ovale suivi



de deux cercles oui et non. Les flèches reliant ces figures donnent le sens de la succession. On note  $x \rightarrow y$  l'ordre de transfert de  $x$  en  $y$ ;  $x \in y$  indique que  $x$



est en  $\gamma$ ,  $\ni$  est le signe opposé ( $\gamma$  désigne ici une ou plusieurs mémoires).

On met la suite naturelle des  $n$  premiers entiers en  $S$  dans la machine avant le calcul qui débute par  $A \rightarrow M$ . Deux autres instructions préparatoires suivent :  $i_0 \rightarrow \text{PIL}$  met dans une mémoire  $\text{PIL}$  l'indice de la ligne où commence le développement, et  $0 \rightarrow D$  annule le contenu de la mémoire  $D$  où sera formé  $|A|$  par addition successive des termes. Si le test qui suit a une réponse affirmative, la ligne  $i_0$  a tous ses éléments nuls et  $|A| = (D) = 0$ ; si la réponse est négative, le test est suivi de six instructions faciles à lire :  $\text{Cptg}$  est une mémoire où sont comptés les facteurs du terme en formation dans la mémoire  $\text{Te}$  par accumulation multiplicative des cycles au fur et à mesure que ceux-ci sont calculés dans la mémoire  $\text{Cy}$  par accumulation multiplicative des éléments,  $\text{DC}$  est la mémoire qui contient le premier indice du cycle en formation,  $L$  et  $k$  enfin sont deux autres mémoires. En cas de réponse positive au test qui suit, on est conduit à un autre «  $R$  vide ? » que nous examinerons plus loin; en cas de réponse négative, la mémoire  $\text{Co}$  reçoit l'indice de colonne indiqué et teste son appartenance à  $\text{Ta}$ , ensemble de mémoires où sont conservés les indices de colonne des facteurs de  $v(\text{Te})$ . Si  $\text{Co} \in \text{Ta}$ , la boucle qui suit se lit aisément; si  $\text{Co} \ni \text{Ta}$ , on rencontre un test dont les deux voies confluent en  $\text{Co} \rightarrow \text{Ta}$ , la voie négative passant d'abord par  $E_{(\text{Cptg})} \rightarrow R$ .

Dans ce cas, en effet,  $(M_{(L),(k)+1})$  peut être utilisé dans la formation d'un terme au même titre que  $(M_{(L),(k)})$ ; il le sera, après achèvement du terme en cours, à condition de garder, dans un ensemble  $R$  de mémoires, l'état actuel du calcul, état  $E_{(\text{Cptg})}$  caractérisé par la valeur du contenu de  $\text{Cptg}$ ,  $\text{Ta}$ ,  $\text{Te}$ ,  $\text{Cy}$ ,  $\text{DC}$ ,  $L$  et  $k$  ( $n+6$  mémoires). A chaque facteur examiné, il peut être nécessaire de garder un état en  $R$  si l'élément suivant de la même ligne est non nul :  $R$  a, au plus,  $(n-1)(n+6)$  mémoires utiles;  $R_p$  désigne la partie de  $R$  concernant l'état  $E_p$ .

On va ensuite aisément jusqu'au test «  $(\text{Co}) = (\text{DC}) ?$  »; si oui,  $\text{Cy}$  contient un produit d'éléments tel que l'indice de colonne du dernier égale l'indice de ligne du premier, c'est-à-dire un terme cyclique dont le signe est correct par construction. Après  $(\text{Cy}) \times (\text{Te}) \rightarrow \text{Te}$ , si  $(\text{Cptg}) = n = (S)$ ,  $(\text{Te})$  est un terme et l'on fait  $(D) + (\text{Te}) \rightarrow D$ ; si  $(\text{Cptg}) \neq (S)$ , l'instruction «  $\text{Cf } j_0 \in S \ni \text{Ta}$  » fait trouver en  $S$  un entier  $j_0$  non compris en  $\text{Ta}$  et  $j_0 \rightarrow \text{DC}$  fait de  $j_0$  l'indice initial du cycle qui va être formé.

Revenons à  $(D) + (\text{Te}) \rightarrow D$ . On examine  $R$  : s'il est vide,  $|A|$  est en  $D$ ; sinon, on en tire l'état de plus grand  $(\text{Cptg})$ ,  $E_{p_{\max}}$ , pour le mettre en  $E$ , annuler  $R_{p_{\max}}$  qui le contenait et commencer le calcul d'un nouveau terme.

(\*) Séance du 5 août 1957.

(<sup>1</sup>) R. GOUARNÉ, *Comptes rendus*, 239, 1954, p. 383.

(<sup>2</sup>) R. GOUARNÉ, voir, par exemple, *Théorie des groupes et ses applications à la chimie*, A. C. E. S., Paris, 1956.

(<sup>3</sup>) R. GOUARNÉ et I. SAMUEL, *Comptes rendus*, 238, 1954, p. 808.



PHYSIQUE THÉORIQUE. — *L'éther et la Relativité restreinte.*

Note (\*) de M. **ASSÈNE DATZEFF**, présentée par M. Louis de Broglie.

La Relativité restreinte et sa signification énorme pour la Physique sont suffisamment connues pour qu'il ne soit pas nécessaire de les souligner encore. Mais en même temps elle a fait entrer dans la science une suite de difficultés surtout de nature physique, par exemple les paradoxes connus des contractions mutuelles des longueurs et des dilatations correspondantes des temps dans deux systèmes d'inertie correspondants, qui mènent aussi à des difficultés d'ordre gnoséologique. Aussi la Relativité restreinte est-elle une théorie phénoménologique. Il serait pourtant désirable de lui donner autant que possible une explication plus physique, ayant en vue une structure du champ comme une réalité physique, ce que nous allons essayer à faire ici, à l'aide de l'hypothèse d'un nouvel éther.

La théorie du champ de Faraday-Maxwell considérait l'éther comme une substance fine remplissant tout l'espace et les corps matériels. Toutes les tentatives de lui attribuer une structure mécanique se sont montrées infructueuses. Pendant l'édification de l'électrodynamique des corps en mouvement, toutes les difficultés se sont groupées surtout autour des trois phénomènes suivants : 1° expérience de Michelson; 2° aberration; 3° expérience de Fizeau. Le résultat négatif de l'expérience de Michelson et de toutes les expériences cherchant le mouvement absolu de la Terre exigent que l'éther soit complètement entraîné par les corps en mouvement. L'aberration exige un éther complètement immobile. Le résultat de l'expérience de Fizeau parle en faveur d'un éther qui est partiellement entraîné d'une vitesse  $v' = kv$  [ $v$ , vitesse du corps;  $k = 1 - (1/n^2)$ ;  $n$ , son indice de réfraction]. De telles propriétés contradictoires attachées à l'éther semblent incompatibles, voilà pourquoi la voie d'Einstein qui a rejeté l'éther semble tout à fait naturelle. Mais malgré que la plupart des physiciens considèrent l'éther comme incompatible avec la Relativité restreinte qui, de son côté, est inséparable de la Physique contemporaine, on en reparle dernièrement dans l'électrodynamique quantique sous un autre aspect, par exemple, par les « fluctuations du vide », etc., qui sont en accord avec l'expérience.

La Mécanique classique se sert comme repère d'un corps rigide idéal, que l'on peut prolonger mentalement jusqu'à l'infini. Mais ce n'est qu'une abstraction de la réalité. On doit en tenir compte, en faisant ressortir clairement la différence entre un système de référence ouvert et un système fermé. D'après le principe de la relativité de Galilée, on ne peut déceler le mouvement uniforme d'un système par aucune expérience mécanique dans son intérieur (il s'agit ici en effet d'un système fermé). Mais le mouvement uniforme du système (par

exemple un wagon  $K'$ ) peut toujours être considérée comme provenant du repos après son accélération par une force pendant l'intervalle de temps  $t$ . Au bout de l'intervalle  $t$ , les corps en  $K'$  auront d'autres positions et d'autres vitesses initiales qui détermineront des mouvements appartenant à la même catégorie que ceux du wagon au repos. Donc, en les étudiant, on ne peut pas constater le mouvement uniforme de  $K'$ . Mais en tendant la main ou un appareil hors du wagon, on constate l'effet du vent, donc le mouvement du wagon par rapport à l'air. Ainsi en considérant le wagon comme un système ouvert, le principe de relativité en Mécanique sera privé de sens.

On peut faire des considérations pareilles en électrodynamique, en faisant d'abord une certaine hypothèse sur le caractère physique du champ. En se basant sur nos connaissances du champ, aucun physicien ne doute qu'il s'agit d'une réalité physique. Il semble naturel de le considérer comme une substance à laquelle nous conserverons le nom populaire de l'éther, en lui attribuant certaines propriétés spéciales. Il est immobile dans son ensemble, mais il peut posséder un mouvement de translation.

Soit un corps  $K'$  (un wagon) qui commence à se mouvoir par rapport au corps  $K$  (la Terre) sous l'influence d'une force et qui arrive à un mouvement uniforme de vitesse  $v$  en direction de  $O'X' \equiv OX$ . Pendant son accélération il exerce une certaine action sur l'éther dans un domaine  $\sigma_{K'}$  contenant  $K'$ . (Les dimensions de  $\sigma_{K'}$  ne peuvent pas être fixées actuellement, ce qui n'a pas d'importance.) Nous admettons que dans le domaine fermé  $\sigma_{K'}$  l'éther reçoit la propriété de transmettre la lumière (les phénomènes électromagnétiques) de vitesse absolue (par rapport à l'éther éloigné)  $c + v$  dans la direction  $OX$ ,  $c - v$  dans la direction opposée, etc., de façon que la vitesse relative de la lumière par rapport à  $K'$  sera  $c$  dans toutes les directions.

Il s'ensuit que l'expérience de Michelson (et toutes les expériences cherchant le mouvement absolu) donneront un résultat négatif. Et puisque l'éther en  $\sigma_{K'}$  est immobile, chaque onde plane venant de  $K$  et traversant  $K'$  conserve sa direction par rapport à  $K$ , donc elle s'écarte par rapport à  $K'$ , et l'on aura l'effet de l'aberration. Des considérations simples montrent que l'on aura la formule connue  $\operatorname{tg} \alpha = (v/c)$  ( $v \ll c$ ). Pour traiter l'expérience de Fizeau admettons, d'après les idées de Fresnel, que l'éther dans un corps transparent  $R$  d'indice de réfraction  $n$  aura une densité  $\rho_1 > \rho$ , où  $\rho$  est sa densité dans l'espace libre. Quand le corps  $R$  est en mouvement de vitesse  $v$  il entraîne l'éther dans son intérieur avec une vitesse  $v_1 < v$ . En écrivant la condition de continuité  $\rho_1 v_1 = \rho v$  et en admettant que  $\rho$  soit proportionnelle à  $\epsilon \mu$  ( $\epsilon$ , constante diélectrique;  $\mu$ , perméabilité;  $\mu = 1$  ici), alors on trouve  $v_1 = (\rho v / \rho_1) = (v \epsilon / \epsilon_1) = (v c_1^2 / c^2) = v / n^2$ . D'ici on a pour la vitesse relative de l'éther en  $R$  par rapport à  $K$  la formule connue  $v - v_1 = vk$ ,  $k = 1 - (1/n^2)$ .

Ainsi peut-on expliquer les trois phénomènes fondamentaux de l'électrodynamique des corps en mouvement, et de même pour les autres effets de cette



nature, c'est-à-dire l'éther doué des propriétés admises est compatible avec la Relativité restreinte. Nous montrerons dans une autre publication que l'on peut en tirer les transformations de Lorentz.

Comme complément des raisonnements de ci-dessus considérons l'expérience mentale suivante. Soit C un corps et loin de C un autre corps A (un wagon) se mouvant uniformément de vitesse  $v$  par rapport à C. Des appareils de Michelson  $M_A$ ,  $M_C$  à l'intérieur de A, resp. C donnent un résultat négatif de l'expérience respective. Considérons une construction  $A_1$  très fine de barres rigides liée rigidement au corps A et portant à son extrémité l'appareil  $M_A$ . Du point de vue de la Relativité restreinte l'appareil  $M_A$  doit toujours montrer un résultat négatif puisqu'il fait partie de A, quoique  $A_1$  peut être de longueur arbitraire et de masse négligeable et que  $M_A$  peut passer dans une proximité arbitraire de C. De son côté l'appareil  $M_C$  lié à C montre également un résultat négatif. Mais du point de vue physique il ne semble pas convaincant que les deux appareils  $M_A$ ,  $M_C$  voisins et en mouvement relatif, montrent également un résultat négatif. A l'aide de l'hypothèse du nouvel éther cette expérience peut être interprétée autrement. Soient  $\sigma_A$ ,  $\sigma_C$  les domaines fermés dans l'éther contenant respectivement A et C. Puisque la construction  $A_1$  possède une masse négligeable, elle aura un effet négligeable sur l'éther loin de A, et l'appareil  $M_A$  au voisinage de C (hors du domaine  $\sigma_A$ ) doit constater le vent d'éther. Ainsi cette expérience mentale conduit-elle à des résultats différents suivant les deux points de vue exposés. Une telle expérience dans des conditions terrestres n'est pas facile, mais elle est en principe possible. Elle pourrait décider en faveur de l'un de ces deux points de vue.

(\*) Séance du 22 juillet 1957.

**THERMODIFFUSION.** — *Remarque sur la définition des flux de diffusion dans les mélanges binaires.* Note (\*) de M. **JACQUES CHANU**, transmise par par M. Eugène Darmois.

Dans l'étude théorique des phénomènes de diffusion isotherme et thermique, les développements thermodynamiques font appel à la mécanique des milieux continus déformables, où la vitesse barycentrique ( $\bar{v}$ ) observable au centre de gravité O de l'élément de volume et définie par

$$(1) \quad \bar{v} = \sum_i^N \frac{\rho_i \bar{v}_i}{\rho} \quad \left( \rho = \sum_i^N \rho_i \right)$$

( $\rho$  et  $\bar{v}_i$ , densité et vitesse des constituants) joue un rôle fondamental <sup>(1)</sup>, <sup>(3)</sup>.

Ce point de vue offre entre autres l'incontestable avantage d'établir

une liaison directe avec les concepts de base des théories moléculaires des mélanges fluides <sup>(2)</sup>.

Aussi convient-on de définir initialement le flux de diffusion d'un constituant (*i*) par rapport au mouvement du centre de gravité par

$$(2) \quad \bar{J}_i^0 = \rho_i(\bar{v}_i - \bar{v}),$$

flux massique auquel s'applique le principe de la conservation de la masse. Les flux massiques ne sont pas indépendants puisque :

$$(3) \quad \sum_1^N \bar{J}_i^0 = 0.$$

*A priori*, rien n'oblige à retenir dans la définition des flux de diffusion telle vitesse moyenne plutôt que telle autre, d'autant que dans les conditions d'équilibre mécanique (théorème de Prigogine) la production irréversible d'entropie accompagnant les processus de diffusion demeure invariante, quelle que soit la vitesse moyenne choisie comme vitesse de référence. C'est ainsi que des auteurs ont utilisé les flux de diffusion moléculaire par rapport à une vitesse moléculaire moyenne afin d'obtenir dans leur formalisme des quantités molaires plus conformes aux nomenclatures habituelles. On trouve dans la littérature différentes études critiques de la définition de ces flux <sup>(3)</sup>, <sup>(4)</sup>. Ainsi Alexander a cherché à concilier les points de vue cinétiques et thermodynamiques en introduisant pour vitesse de référence la vitesse locale du réseau quasi cristallin dans une solution <sup>(5)</sup>.

Dans l'étude de l'effet Soret pur (montage à gradient thermique vertical) les conditions expérimentales nous obligent à nous libérer totalement de la convection <sup>(1)</sup>.

En tout état de cause, la disparition des mouvements de convection doit correspondre à l'annulation d'une certaine vitesse moyenne. Du choix de cette vitesse moyenne dépendra l'interprétation des observations expérimentales.

Nous avons montré ailleurs quelle devait être dans ces conditions la structure des coefficients Soret et l'expression des potentiels de thermodiffusion pour les solutions électrolytiques simples <sup>(2)</sup>.

L'étude des mélanges binaires est un cas simple particulièrement important. Un parallèle étroit peut être établi entre les flux définis par rapport à la vitesse barycentrique et ceux définis par rapport à la vitesse moléculaire moyenne. En particulier, dans l'état d'équilibre Soret, ces flux s'annulent simultanément.

La comparaison des relations linéaires exprimant les flux en fonction des forces qui les provoquent permet d'établir des relations entre les



coefficients phénoménologiques ( $L_{ik}$ ) et les différentes définitions des coefficients de diffusion. On retrouve ainsi une série d'expressions déjà données à maintes reprises.

Il en résulte une conséquence importante pour les quantités de transfert phénoménologiques. Celles-ci s'introduisent comme étant des quantités d'énergie, d'entropie, etc. transportées avec la quantité unitaire de chaque constituant dans un système isotherme. Par suite de l'existence des relations d'Onsager et de celles de Gibbs-Duhem (ou de leur conséquence : théorème de Prigogine dans le cas de l'équilibre mécanique), les quantités de transfert phénoménologiques réduites ne sont pas indépendantes, mais donnent lieu à une relation supplémentaire telle que <sup>(2)</sup>, <sup>(6)</sup>

$$(4) \quad \begin{cases} c_1 S_1 + c_2 S_2 = 0, \\ \eta_1 \tilde{S}_1 + \eta_2 \tilde{S}_2 = 0, \end{cases}$$

où  $\tilde{S}_i = M_i S_i$  est l'entropie de transfert molaire du constituant  $i$ ,  $c_i$  et  $\eta_i$  les titres massiques et fractions moléculaires correspondantes.

Par contre, dans le développement de la théorie cinétique d'Alexander, les quantités de transfert cinétiques doivent être considérées comme indépendantes <sup>(5)</sup>.

(\*) Séance du 12 août 1957.

(1) I. PRIGOGINE, *Thèse : Étude thermodynamique des phénomènes irréversibles*.

(2) J. CHANU, *Thèse : Contribution à l'étude de l'effet Soret dans les solutions aqueuses d'électrolytes*, Paris, 1957.

(3) S. R. DE GROOT, *Thermodynamics of irreversible processes*, Amsterdam, 1951.

(4) G. J. HOOYMAN, H. HOLTAN, P. MAZUR et S. R. DE GROOT, *Physica*, **19**, 1953, p. 1095.

(5) K. F. ALEXANDER, *Z. phys. Chem. Dtsch*, **203**, 1954, p. 181.

(6) S. R. DE GROOT, *J. Phys. Rad.*, **8**, 1947, p. 193.

MAGNÉTISME. — *Étude paramagnétique des ferrites  $5 \text{Fe}_2\text{O}_3, 3 \text{M}_2\text{O}_3$ , avec  $\text{M} = \text{Gd}, \text{Dy}, \text{Er}$* . Note (\*) de MM. **ROLAND ALÉONARD** et **JEAN-CLAUDE BARBIER**, transmise par M. Louis Néel.

Étude de la variation thermique, au-dessus du point de Curie, de la susceptibilité paramagnétique des ferrites de gadolinium, dysprosium et erbium du type grenat. La théorie du ferrimagnétisme de L. Néel permet d'interpréter les résultats d'une manière très satisfaisante.

Les échantillons de ferrite  $5 \text{Fe}_2\text{O}_3, 3 \text{M}_2\text{O}_3$ , du type grenat découvert par F. Bertaut et F. Forrat <sup>(1)</sup>, ont été préparés par M<sup>lle</sup> C. Mœsch à partir d'oxydes de pureté supérieure à 99 %.

Dans une Note antérieure <sup>(2)</sup>, nous avons décrit les propriétés paramagné-

tiques du ferrite d'yttrium. D'après le modèle proposé par L. Néel (<sup>3</sup>), l'ion  $Y^{+++}$  n'étant pas magnétique, il s'agit d'un ferrimagnétisme simple avec six ions  $Fe^{+++}$  sur des sites  $24d$  et quatre ions  $Fe^{+++}$  sur des sites  $16a$ . La courbe de variation, en fonction de la température, de l'inverse de la susceptibilité paramagnétique molaire ( $1/\chi_M$ , T) est du type hyperbolique proposé par L. Néel (<sup>4</sup>).

Dans les cas où  $M = Gd$ ,  $Dy$  ou  $Er$ , les six ions  $M$  placés sur des sites  $24c$  sont magnétiques. Les ions magnétiques étant alors répartis sur trois catégories de sites, l'approximation du champ moléculaire local fait intervenir six coefficients de champ moléculaire :  $n_{aa}$ ,  $n_{dd}$ ,  $n_{cc}$ ,  $n_{ad}$ ,  $n_{dc}$  et  $n_{ac}$ . En reprenant la méthode de calcul de L. Néel (<sup>4</sup>), on montre que la variation thermique de  $1/\chi_M$  doit être représentée par une courbe du troisième degré dont l'équation peut se mettre sous la forme

$$(1) \quad \frac{1}{\chi_M} = \frac{1}{\chi_0} + \frac{T}{C} - \frac{\sigma T - a}{T^2 - \theta T + b},$$

$C$  est la constante de Curie théorique,  $\chi_0$ ,  $\sigma$ ,  $\theta$ ,  $a$  et  $b$  dépendent des coefficients de champ moléculaire.

Nous avons étudié la variation de la susceptibilité paramagnétique entre 550 et 1500°K. Comme pour le ferrite d'yttrium, les mesures ont mis en évidence une petite discontinuité au voisinage de 950°K attribuée à la présence d'une faible proportion de  $Fe_2O_3\alpha$  non combiné, de l'ordre de 1 %. Les résultats ont été corrigés d'après les données de R. Pauthenet (<sup>5</sup>).

Pour tous ces ferrites, les résultats expérimentaux conduisent pour les constantes  $C$  à des valeurs supérieures aux constantes théoriques, discordances que l'on peut attribuer d'après L. Néel (<sup>6</sup>) à la variation thermique des coefficients de champ moléculaire. Si l'on représente, à la température  $T$ , les différentes interactions entre ions magnétiques par des coefficients  $n_{ij}(1 + \gamma T)$ , avec une même valeur de  $\gamma$  pour les différentes interactions, l'équation (1) conserve la même forme. On peut donc tirer les coefficients de champ moléculaire des données expérimentales en écrivant que l'équation (1) est satisfaite pour six couples de valeurs  $\chi_i$ ,  $T_i$ . Mais la précision des mesures n'est pas suffisante pour que cette détermination ait une signification.

Comme les points de Curie des différents ferrites sont très voisins, il semble légitime d'admettre que les valeurs des trois coefficients de champ moléculaire relatifs aux interactions Fe-Fe sont dans tous les ferrites voisines de celles déterminées pour le ferrite d'yttrium. En faisant cette hypothèse, on peut déduire les trois autres coefficients des données expérimentales avec une meilleure approximation.

Pour les différents ferrites, on constate que les interactions Fe—M ou les interactions M—M sont beaucoup plus petites que les interactions Fe—Fe et que l'on ne commet pas une grande erreur en supposant  $n_{cc} = 0$ .



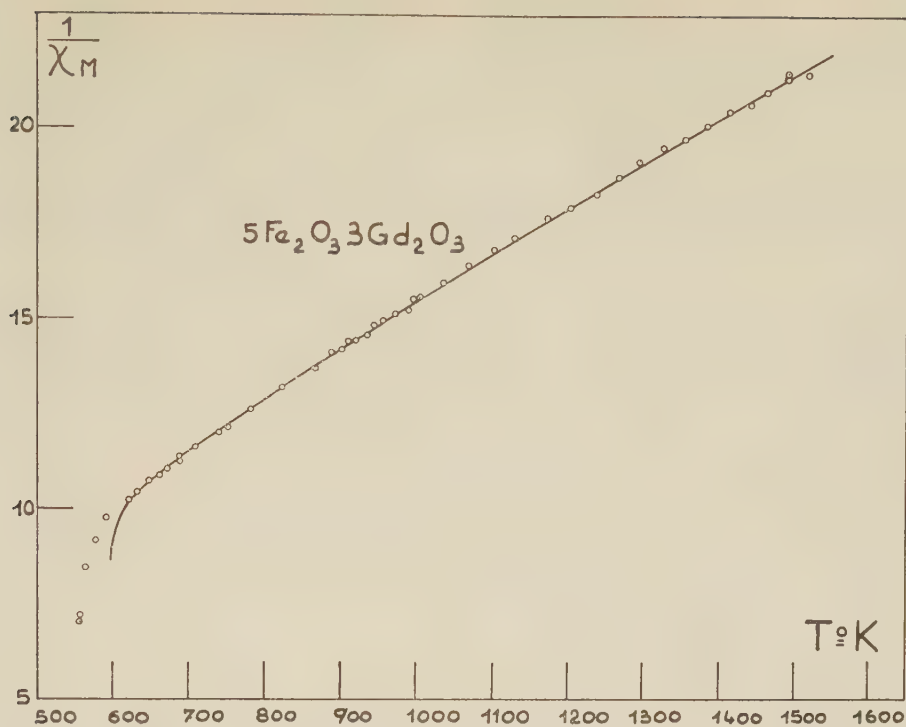


Fig. 1.

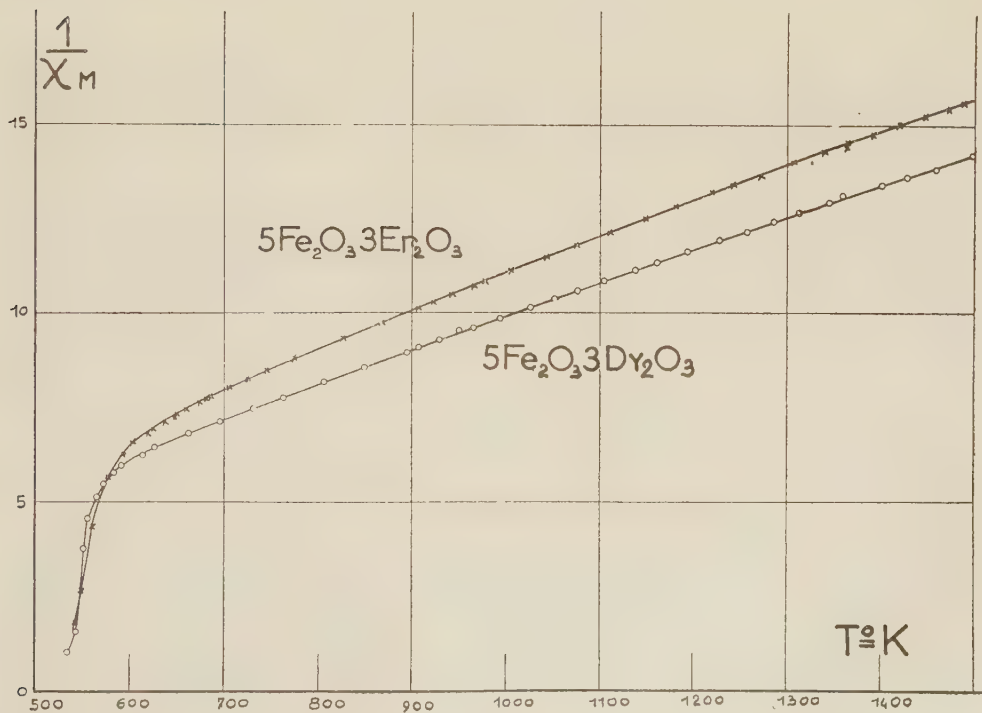


Fig. 2.

Sur la figure 1, nous avons tracé la courbe calculée pour le ferrite de gadolinium en adoptant pour les coefficients les valeurs suivantes :

$$n_{aa} = -352, \quad n_{ad} = 742, \quad n_{dd} = -211, \quad n_{ac} = -20, \quad n_{dc} = 35 \quad \text{et} \quad \gamma = -1.10^{-4}$$

les trois premières étant tirées des expériences sur le ferrite d'yttrium. Sauf au voisinage du point de Curie, les points expérimentaux se placent d'une manière satisfaisante par rapport à la courbe théorique tracée en trait plein.

Sur la figure 2, nous avons représenté les courbes expérimentales ( $1/\chi_M$ , T) des ferrites de dysprosium et d'erbium, d'où l'on déduit de même les valeurs des coefficients  $n_{ac}$  et  $n_{dc}$ . Les valeurs trouvées ont le même ordre de grandeur que celles que R. Pauthenet a obtenues, dans le cas du gadolinium et du dysprosium, à partir de ses mesures de la variation thermique de l'aimantation spontanée au-dessous du point de Curie (<sup>7</sup>).

(\*) Séance du 5 août 1957.

(<sup>1</sup>) *Comptes rendus*, **242**, 1956, p. 382.

(<sup>2</sup>) *Comptes rendus*, **242**, 1956, p. 2531.

(<sup>3</sup>) *Comptes rendus*, **239**, 1954, p. 8.

(<sup>4</sup>) *Ann. Phys.*, **3**, 1948, p. 137.

(<sup>5</sup>) *Comptes rendus*, **234**, 1952, p. 2172.

(<sup>6</sup>) *Ann. Inst. Fourier*, **1**, 1949, p. 163; *J. Phys. Rad.*, **12**, 1951, p. 258.

(<sup>7</sup>) R. PAUTHENET, *Thèse*, Grenoble, 1957.

ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE. — *Sur l'apparition de régimes anormaux dans certains circuits ferro-résonnants*. Note (\*) de M. **MARIUS PANET**, transmise par M. Louis Néel.

L'auteur, étudiant l'association en série de deux circuits bouchons identiques dont les bobines sont à noyau de fer a constaté que la tension d'alimentation ne se partage également entre eux que si son amplitude est comprise dans certains domaines alternant avec ceux où s'anorcent spontanément les régimes anormaux qu'il décrit en précisant l'influence des paramètres capacité et résistance.

Lorsqu'une chaîne de  $n$  éléments linéaires identiques mis en série est alimentée sous une tension sinusoïdale :  $nu = nU\sqrt{2}\cos\omega t$ , celle-ci se répartit de telle sorte que chaque élément soit soumis à la même tension  $u$ . Les chaînes d'éléments non linéaires peuvent faire exception à cette règle. Pour une série de circuits bouchons, dont chacun comporte un condensateur en parallèle avec une bobine à noyau de fer, plusieurs types de régimes pour lesquels l'équipartition de la tension n'est plus vérifiée, peuvent s'établir. Je laisse de côté provisoirement l'étude de ceux dont la fréquence est un sous-multiple de celle de la source, dont l'établissement doit être provoqué par un « choc électrique ». Leur existence a été signalée par E. Rouelle (<sup>1</sup>) de même que celle d'oscilla-

tions « de fréquence égale à celle de la source ou à un de ses multiples ». Ces dernières, dont les caractères exacts n'ont pas encore été décrits, font seules l'objet de ma présente étude portant sur une chaîne réduite à deux éléments A et B, les caractères essentiels des phénomènes observés n'étant pratiquement pas altérés par l'utilisation d'éléments en nombre plus élevé.

Dans le fonctionnement normal, la tension  $2u$  se partage également entre les deux circuits qui supportent donc respectivement

$$(1) \quad u_A = u_B = u.$$

Les flux dans les enroulements sont alors, en l'absence de toute chute ohmique,

$$(2) \quad \varphi_A = \varphi_B, \quad \text{avec} \quad u = \frac{d(\Delta\varphi)}{dt}.$$

Pour tout fonctionnement anormal, les flux et tensions unitaires prennent des valeurs inégales conformément aux relations

$$(3) \quad u_A = u + \Delta u, \quad u_B = u - \Delta u,$$

$$(4) \quad \varphi_A = \varphi + \Delta\varphi, \quad \varphi_B = \varphi - \Delta\varphi, \quad \text{avec} \quad \Delta u = \frac{d(\Delta\varphi)}{dt},$$

mettant en évidence des « anomalies » de tension et de flux  $\Delta u$  et  $\Delta\varphi$ , *fonctions du temps mais non plus sinusoïdales comme  $u$  et  $\varphi$ .*

On déduit des relations précédentes

$$(5) \quad u_A - u_B = 2 \Delta u = \frac{2 d(\Delta\varphi)}{dt}.$$

L'anomalie de tension apparaît donc à l'état pur aux bornes d'un circuit secondaire constitué par la mise en opposition de deux enroulements portés respectivement par les noyaux A et B. L'anomalie de flux peut être observée à la sortie d'un circuit intégrateur à l'entrée duquel on applique l'anomalie de tension. J'ai entrepris l'étude détaillée de leurs particularités sur deux circuits bouchons admettant comme caractéristiques « tension-courant » à la fréquence de 50 Hz la courbe reproduite en figure 1; chaque condensateur avait une capacité de 12,1  $\mu\text{F}$ .

Lorsqu'on élève progressivement la tension d'alimentation, l'apparition des anomalies se produit irréversiblement (elle s'accompagne d'un « chavirement » caractéristique des phénomènes de ferro-résonance). Sous l'effet d'un nouvel accroissement de tension leur amplitude diminue, puis elles disparaissent réversiblement.

Sur la caractéristique « tension-courant » sont indiqués les domaines de stabilité du régime normal (zones non hachurées) séparés par les zones hachurées où se manifestent les anomalies et dont chacune est affectée d'un numéro d'ordre, représentant le nombre de ses alternances contenues dans une demi-période de la tension d'alimentation.



Dans les régions d'irréversibilité, trop étroites pour figurer sur le graphique, les deux régimes adjacents sont possibles.

Le tableau de la figure 1 caractérise l'importance des diverses anomalies en donnant, en fonction de leur numéro d'ordre, l'indication d'un appareil à redresseur mesurant  $\Delta u$  au voisinage de son maximum.

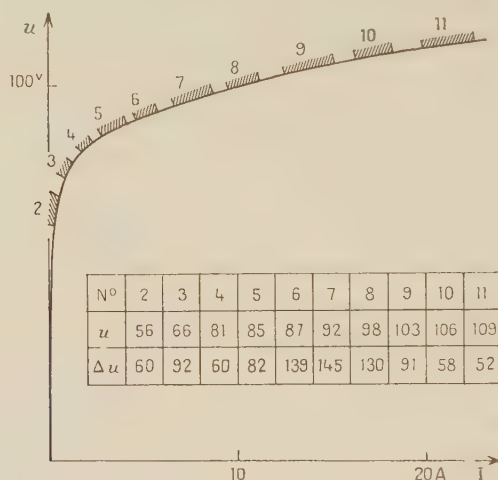


Fig. 1. — Domaines successifs d'instabilité du fonctionnement normal rencontrés par élévation progressive de la tension totale  $2u$ .

Les anomalies de même parité présentent un même aspect général, illustré par l'un des oscillogrammes de la figure 2; ceux-ci, qui s'étendent sensiblement à une période  $T$  de la source, sont relatifs aux anomalies de tension d'ordre 8 et 9. Chacune comporte une alternance de durée relativement

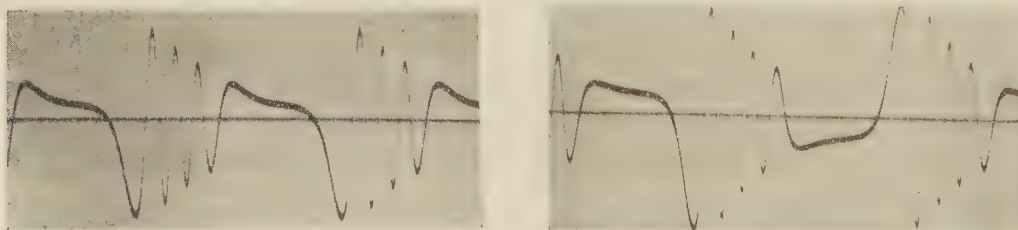


Fig. 2. — Anomalies de tension d'ordre 8 et 9.

grande ( $T/3$  à  $T/5$ ) correspondant à la fraction de période durant laquelle les circuits magnétiques ne sont pas saturés. Les alternances suivantes, de fréquence plus élevée (jusqu'à 25 fois celle de la source) constituent un train d'ondes amorties et correspondent manifestement à la décharge de chaque condensateur sur l'inductance connectée en parallèle, dont la valeur est faible et peu variable tant que le circuit magnétique est saturé. Cette décharge se reproduit à chaque demi-période de la source mais, suivant le nombre d'alter-

nances qu'elle comporte, les charges initiale et finale du condensateur ont des signes identiques ou opposés, de telle sorte que la période globale de l'anomalie est égale à  $T/2$  ou à  $T$ .

Dans le premier cas, les tensions aux bornes des deux circuits bouchons ont, malgré l'inégalité de leurs valeurs instantanées, une même valeur efficace — différente de  $U$  — mais il n'en est plus de même dans le second cas où l'anomalie comporte un terme fondamental.

Si  $\omega_1 = 1/\sqrt{L_1 C}$  est la pulsation d'un circuit bouchon correspondant à l'inductance  $L_1$  de la bobine en régime non saturé et  $\omega$  la pulsation de la source, le numéro d'ordre  $k$  de la première anomalie est déterminé par la double inégalité :

$$(6) \quad \frac{\omega_1}{\omega} < k < \frac{\omega_1}{\omega} + 1$$

( $k = 2$  dans l'exemple de la figure 1).

Les tensions limitant le domaine d'entretien d'une anomalie de rang donné croissent avec la capacité. Pour des valeurs suffisantes de cette dernière, les anomalies peuvent présenter des battements, ou même une irrégularité totale, mais elles reprennent toujours l'aspect précédemment décrit au voisinage de leur disparition réversible.

Une augmentation progressive de la résistance du circuit fait disparaître successivement les anomalies, en commençant par celles de rang le plus élevé.

L'étude théorique des évolutions que doit subir une perturbation de faible amplitude m'a permis de justifier l'existence des domaines successifs d'instabilité du fonctionnement normal. Son exposé fera l'objet d'une prochaine publication.

(\*) Séance du 12 août 1957.

(<sup>1</sup>) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 39.

DÉCHARGE DANS LES GAZ. — *Étude spectrophotométrique de la décharge lumineuse à travers un mélange équimoléculaire de méthane et de gaz ammoniac.*

Note (\*) de MM. JOSEPH JANIN, GÉRARD PARISOT et M<sup>lle</sup> ANDRÉE GAVARINI, transmise par M. René Perrin.

Les résultats semblent indiquer que le mécanisme de formation de la molécule HCN dans la décharge fait intervenir le radical CH.

Le tube à décharge en verre Pyrex comporte deux tubulures de section rectangulaire disposées suivant un axe perpendiculaire à la direction de la colonne lumineuse; ces ajutages servent à l'arrivée et à l'évacuation du mélange



gazeux. Les électrodes de nickel peuvent être déplacées dans une direction normale à leur plan, ce qui permet d'injecter les gaz dans une zone déterminée de la décharge. Le tube est alimenté par une source de tension redressée et filtrée de 2 000 V. Les mesures ont été effectuées dans les conditions suivantes : pression, 8 mm de mercure; débit gazeux, 2,4 l/h pour chaque gaz; distance des électrodes, 30 mm; intensité du courant et tension aux bornes du tube comprises entre 110 mA, 700 V et 150 mA, 760 V. Ces deux limites sont imposées par la durée d'exposition des clichés et par la présence de décharges d'arc localisées, lorsque l'intensité est élevée.

On enregistre simultanément, dans l'ultraviolet et dans la région visible, les spectres de la zone lumineuse traversée par les gaz. Un filtre à échelon ou un secteur tournant se trouve placé devant la fente des spectrographes. On détermine également la quantité d'acide cyanhydrique formé dans la décharge. A cet effet, les gaz évacués sont condensés dans un piège à air liquide, puis en fin d'opération, absorbés par une solution alcaline; l'acide cyanhydrique est dosé par la méthode de Liebig-Denigès.

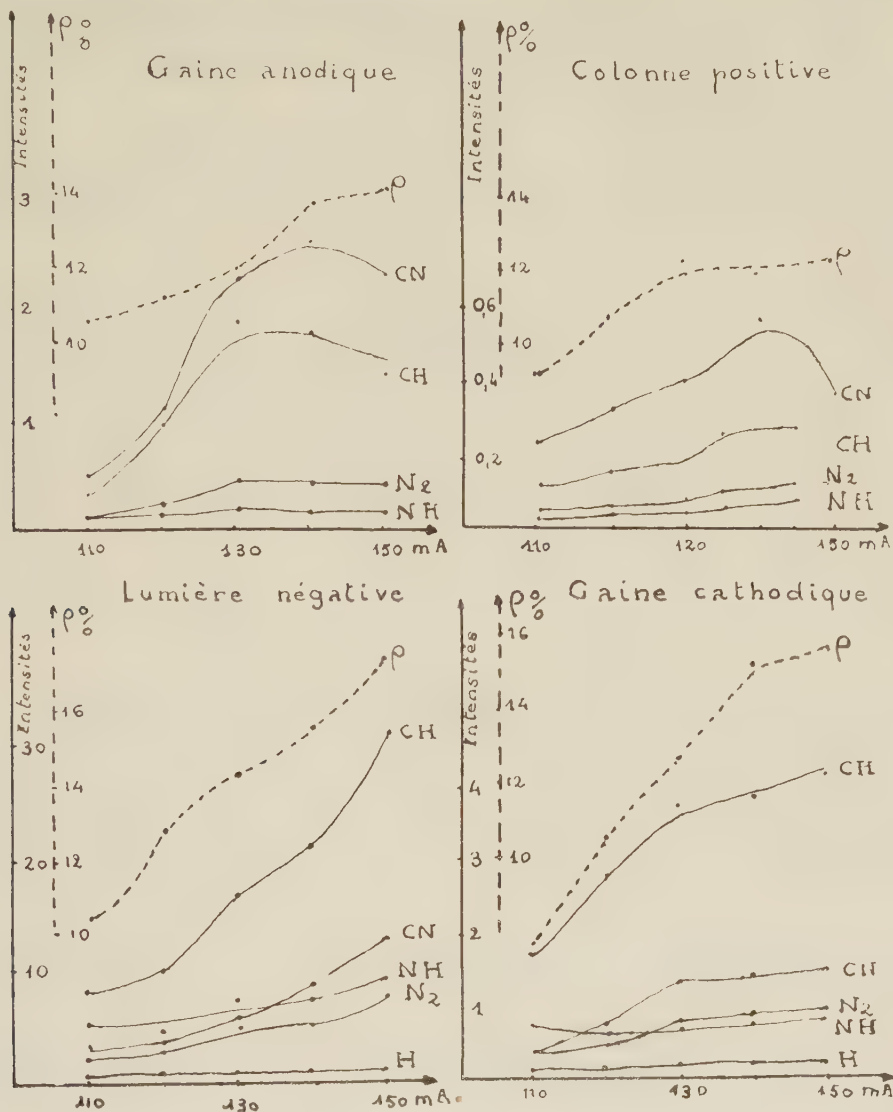
L'analyse des spectrogrammes révèle l'existence des molécules CN, CH, N<sub>2</sub>, NH, ainsi que celle de l'hydrogène atomique et moléculaire, dans les différentes parties de la décharge examinées (gaine anodique, colonne positive, lumière négative, gaine cathodique); dans ces deux dernières régions, on observe les bandes de N<sub>2</sub><sup>+</sup> et de CH<sup>+</sup>.

Pour caractériser l'intensité du spectre de CN, on choisit la bande (5, 6),  $\lambda = 4\,152\text{ \AA}$ , du système  $^2\Sigma - ^2\Sigma$  en raison de la valeur de son intensité et de sa position dans le spectre, et l'on étudie la variation de l'intensité de cette bande quand le courant croît. On mesure, en outre, le rapport de l'intensité des bandes (0, 0),  $\lambda = 4\,315\text{ \AA}$ , du système  $^2\Delta - ^2\Pi$  de CH et (0, 4),  $\lambda = 4\,343\text{ \AA}$ , du deuxième système positif de N<sub>2</sub>, à celle de la bande (5, 6) de CN. On compare enfin les intensités des bandes (0, 0),  $\lambda = 3\,360\text{ \AA}$ , du système  $^3\Pi - ^3\Sigma$  de NH et (0, 1),  $\lambda = 3\,576\text{ \AA}$ , du deuxième système positif de N<sub>2</sub>. Comme les bandes de l'azote choisies correspondent toutes deux au même niveau de vibration  $v = 0$  de l'état C<sup>3</sup>Π, le rapport de leurs intensités ne dépend pas des conditions expérimentales; on obtient donc à un facteur près, le rapport  $I_{\text{NH}}/I_{\text{CN}}$ .

Les figures représentent la variation de l'intensité relative de ces diverses bandes et celle de la raie H<sub>β</sub> en fonction de l'intensité du courant. La courbe en pointillé donne dans chaque cas le rapport  $\rho$  du volume d'acide cyanhydrique gazeux recueilli au volume théorique que devrait fournir la combinaison du méthane et de l'ammoniac.

L'examen des courbes montre que les bandes de NH et de N<sub>2</sub> évoluent parallèlement; leur intensité, comme celle du spectre atomique de l'hydrogène, dépend peu de l'intensité du courant. Le rendement de la réaction varie à peu près de la même manière que l'intensité de la bande  $^2\Delta - ^2\Pi(0,0)$  de CH;

ce résultat semble montrer que le radical CH joue un rôle essentiel dans le mécanisme de formation de la molécule HCN <sup>(1)</sup>. Il se pourrait que le radical CN intervienne également, car les courbes relatives à CH et à CN ont une forme



analogue; toutefois, cette dernière molécule peut être produite principalement par la dissociation de l'acide cyanhydrique formé <sup>(2)</sup>; des recherches sont actuellement en cours pour tenter de préciser ce point.

(\*) Séance du 12 août 1957.

(<sup>1</sup>) Une telle conclusion est d'ailleurs en accord avec les mesures de rendement faites dans l'arc haute fréquence par Suzuki, Miyazaki et Takahashi (*J. Chem. Soc. Japan, Pure Chem. S.*, 76, 1955, p. 639).

(<sup>2</sup>) Cette dissociation a été étudiée par Masaharu Kondo (*J. Chem. Soc. Japan, Pure Chem. S.*, 75, 1954, p. 79).



SPECTROSCOPIE HERTZIENNE. — *Sur la résonance magnétique des niveaux atomiques du mercure excités par bombardement électronique.* Note (\*) de MM. JEAN-CLAUDE PEBAY-PEYROULA, JEAN BROSSEL et ALFRED KASTLER, transmise par M. Jean Cabannes.

L'excitation d'un atome par bombardement électronique provoque l'émission de raies optiques fortement polarisées <sup>(1)</sup> lorsque l'énergie des électrons incidents n'est pas trop éloignée du seuil d'excitation. On provoque ainsi une excitation sélective des sous-niveaux Zeeman de l'atome et l'on se trouve par suite dans des conditions où la résonance magnétique du niveau correspondant est observable <sup>(2)</sup>, <sup>(3)</sup> : un champ de radiofréquence  $H_1$  change les populations relatives des sous-niveaux Zeeman et fait varier le degré de polarisation des raies optiques issues de ce niveau. La méthode permet l'étude de la plupart des niveaux atomiques excités et a été appliquée à l'étude de l'atome d'hélium <sup>(2)</sup>. Nous donnons ci-dessous quelques résultats relatifs à l'atome de mercure <sup>(3)</sup> dont le niveau métastable  $6^3P_2$  a été étudié par une méthode analogue <sup>(4)</sup>.

Les phénomènes observés par nous sont complexes et essentiellement de deux types :

1. Aux champs magnétiques correspondant aux facteurs de Landé  $g = 1$  et  $g = 2$  apparaissent pour toutes les radiations du spectre des résonances très intenses se traduisant à la fois par une modification du taux de polarisation et de l'intensité lumineuse émise. Leur aspect et leur importance dépendent en particulier de la vitesse des électrons, de la fréquence et de la répartition du champ oscillant  $H_1$ , de la géométrie des électrodes. Ne dépendant pas des états atomiques, ces résonances sont donc liées aux propriétés dynamiques des électrons et provoquées par des modifications de leurs trajectoires. En particulier, la résonance  $g = 2$  peut être considérée comme une résonance du type cyclotron.

Ces résonances sont un phénomène parasite gênant et nous nous sommes efforcés de les réduire le plus possible. L'expérience nous a montré qu'un pinceau d'électron très court est favorable et nous avons réalisé un appareil (*fig. 1*), où le pinceau d'électron, de section  $15 \times 8$  mm a une longueur de 4 mm. Le champ de radiofréquence  $H_1$  a une fréquence de 140 Mc/s et est produit par deux boucles accordées d'axe  $Ox$  placées en position d'Helmholtz à l'extérieur du tube. Avec ce montage, les résonances précédentes n'apparaissent que pour une tension d'accélération supérieure à 12 V et leur importance est beaucoup moins grande.

2. En isolant les différentes raies du spectre, il apparaît des résonances pour certaines d'entre elles. Elles se traduisent uniquement par un changement du

taux de polarisation de la raie. Elles sont donc spécifiques d'états excités particuliers de l'atome de mercure et ont été identifiées comme étant réellement des résonances magnétiques.

1° *Transitions*  $6^3D_3-6^3P_2$ ,  $6^3D_2-6^3P_2$ ,  $6^3D_1-6^3P_2$  (3 651, 3 654, 3 664 Å). — L'ensemble de ces trois raies a été isolé par un système de filtres. Une photographie du spectre émis a montré que la raie  $6^3D_3-6^3P_2$  est beaucoup plus intense que les deux autres. Nous observons sur le mercure naturel une résonance intense correspondant au facteur de Landé  $g=1,247 \pm 0,002$  et deux plus faibles correspondant à  $g=1,110 \pm 0,002$  et  $g=1,390 \pm 0,002$  (fig. 2, a).

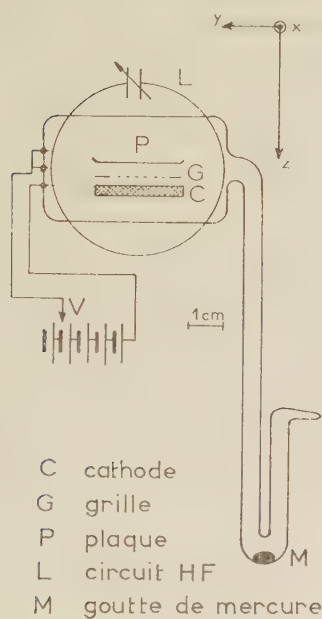


Fig. 1.

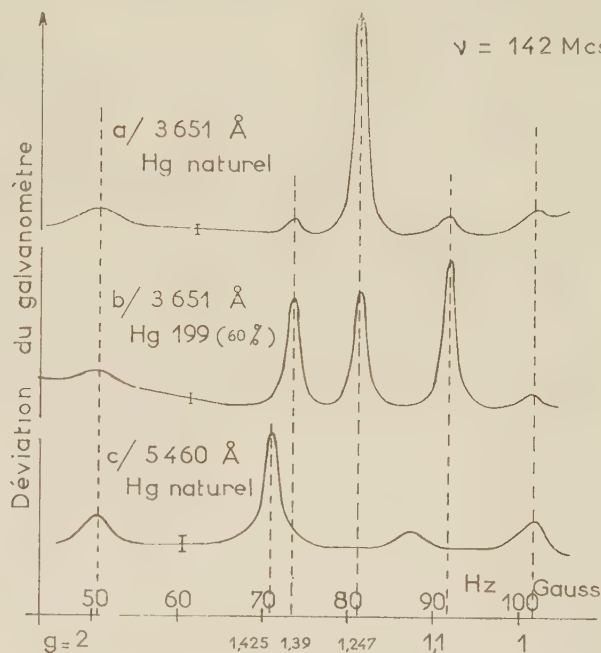


Fig. 2.

Ces deux dernières sont liées à l'isotope 199 contenu dans le mercure naturel comme le prouve l'étude du spectre fourni par un échantillon enrichi en isotope 199 (fig. 2, b). Ces résonances n'apparaissent pas en étudiant les raies jaunes ( $6^3D_2-6^3P_1$ ,  $6^3D_1-6^1P_1$ ,  $6^3D_2-6^1P_1$ ). Elles sont donc liées au niveau  $D_3$ . Les valeurs théoriques des facteurs de Landé de ce niveau sont 1,33 (isotopes pairs) et 1,139 et 1,520 (mercure 199). Il n'y a donc aucune concordance.

Les atomes excités se trouvant dans l'état  $6^3F_4$  ne peuvent retomber (par transition infrarouge  $6^3F_4-6^3D_3$ ) que dans l'état  $6^3D_3$ . Toute différence de population créée dans les sous-niveaux magnétiques de l'état  $6^3F_4$  créera par le jeu des probabilités de transition une différence de population dans les sous-niveaux magnétiques du niveau  $6^3D_3$ . La résonance magnétique du niveau  $6^3F_4$  provoquera donc une variation de la polarisation, non seulement de la raie  $6^3F_4-6^3D_3$  mais également de la raie  $6^3D_3-6^3P_2$ . Les facteurs de Landé

trouvés pour les résonances précédentes sont en parfait accord avec les valeurs théoriques du niveau  $6^3F_4$ ,  $g=1,25$  (isotopes pairs),  $g=1,111$  et  $g=1,388$  (isotope 199). La durée de vie du niveau  $F_4$  déduite de la largeur limite de la courbe de résonance à champ de radiofréquence nul est d'environ  $2 \cdot 10^{-7}$  s.

2° L'étude séparée des trois transitions  $7^3S_1-6^3P_2$ ,  $7^3S_1-6^3P_1$ ,  $7^3S_1-6^3P_0$  montre sur chacune de ces raies une résonance correspondant à  $g=1,425 \pm 0,003$  (fig. 2c). Elle ne peut pas être attribuée au niveau  $7^3S_1(g=2)$ . Par un effet de cascade analogue au précédent, on peut l'attribuer au niveau  $7^3P_2(g=1,5)$  ou au niveau  $7^3P_1$ , point qui sera précisé par l'étude d'un mélange enrichi en isotope  $^{199}\text{Hg}$ .

3° L'étude de la bande 6 000-6 400 Å nous fournit une résonance intense ( $g=1,12$ ). La transition  $9^1P_1-7^1S_0$  étant de beaucoup la plus intense dans cette bande, nous pensons qu'il s'agit de la résonance magnétique du niveau  $9^1P_1(g=1)$ . Une étude ultérieure devra confirmer ce résultat. Notons ici qu'il sera toujours délicat d'affirmer l'existence d'une résonance au voisinage des valeurs  $g=1$  et  $g=2$ .

L'interprétation des résultats précédents serait beaucoup facilitée si l'on pouvait employer un spectrographe plutôt que des filtres pour isoler les diverses raies, le manque d'intensité semble devoir imposer l'utilisation des filtres. Notons que l'imprécision relative des mesures de facteur de Landé et de durée de vie tient à l'inhomogénéité du champ statique  $H_z$  : le courant de chauffage de la cathode est responsable de cet effet. Enfin la mise en évidence des effets de cascade précédents montre la difficulté d'interprétation des taux de polarisation des raies excitées par bombardement électronique <sup>(5)</sup>. La raie verte ( $7^3S_1-6^3P_2$ ), par exemple, est totalement dépolarisée, pourtant on observe une résonance sur cette raie à  $g=1,425$ . Le niveau  $7^3S_1$  est donc alimenté par plusieurs canaux et la dépolarisation se fait par compensation.

(\*) Séance du 12 août 1957.

(1) SKINNER, *Proc. Roy. Soc., A*, 112, 1926, p. 642; SKINNER et APPELYARD, *Proc. Roy. Soc., A*, 117, 1928, p. 224.

(2) W. E. LAMB, *Phys. Rev.*, 105, 1957, p. 559 et 573.

(3) J. C. PEBAY-PEYROULA, J. BROSSEL et A. KASTLER, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 57.

(4) H. G. DEHMELT, *Phys. Rev.*, 103, 1956, p. 1125.

(5) M. J. SEATON, Communication privée.

PHYSIQUE ATOMIQUE. — *Étude de la lumière émise dans le modérateur d'une pile atomique à eau lourde*. Note (\*) de MM. DENIS BRETON et JEAN-LOUP DELCROIX, transmise par M. Francis Perrin.

Lors du fonctionnement d'un réacteur utilisant l'eau lourde comme modérateur, on constate l'existence d'une lumière bleutée apparaissant dans l'eau. Une étude approfondie de ce rayonnement a été entreprise sur la pile de Fontenay-aux-Roses du Commissariat à l'Énergie Atomique.



*Dispositif d'observation.* — Le dispositif d'observation utilisé (voir *fig. 1*) est constitué par un tube cylindrique T en aluminium traversant le bloc tubulaire de la pile en son centre, un récipient cylindrique R de 10 cm de hauteur et 1 cm de diamètre, est situé à l'extrémité de T; R est placé au maximum de densité neutronique du réacteur; l'eau lourde contenue dans R émet lorsque la pile fonctionne une lumière bleutée qui se propage dans le tube T, elle est ensuite déviée par un prisme en quartz à  $45^\circ$ , puis elle traverse une première lentille  $L_1$  en quartz de 20 cm de distance focale et ouverte à  $1/30$ . Une deuxième lentille  $L_2$  en quartz, de 10 cm de distance focale et ouverte à  $1/2,2$  focalise l'image finale soit sur la fente d'un spectrographe, soit sur la cathode d'un photomultiplicateur « Lallemand ».

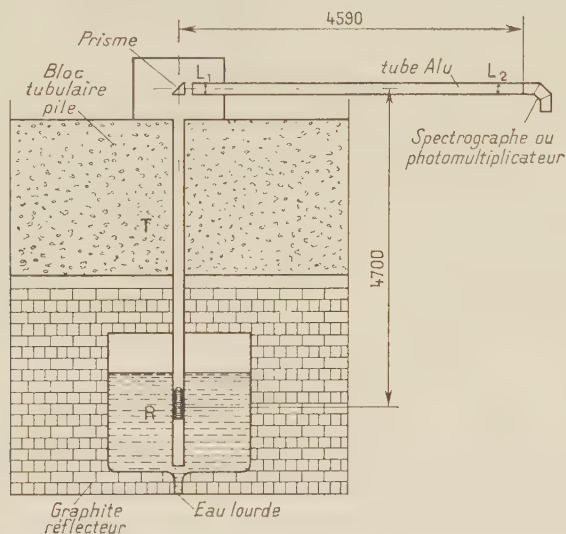


Fig. 1.

*Étude spectrale.* — La comparaison des brillances d'un ruban de tungstène et de la lumière à étudier permet de connaître la distribution spectrale de cette lumière. Cette comparaison s'effectue en utilisant une plaque photographique comportant :

- 1° Une série de neuf spectrogrammes de la lumière de référence, temps de pose 6 h ;
- 2° Un spectrogramme de la lumière, temps de pose 6 h à 100 kW ;
- 3° Un spectrogramme de la lumière émise par une lampe à vapeur de mercure servant d'échelle des longueurs d'ondes.

Les neuf spectrogrammes de la lumière de référence ont été effectués au moyen du dispositif de la figure 2 où  $L_2$  est la lentille précédemment décrite, et D un diffuseur en magnésie dont les dimensions sont déterminées pour ne recevoir que l'image de la partie centrale du filament. On fait varier le flux lumineux au moyen d'un diaphragme variable F placé contre  $L_2$ .

La plaque photographique est ensuite dépouillée au microdensitomètre enregistreur et l'on recherche pour chaque longueur d'onde quelle ouverture de F il convient d'utiliser pour obtenir le même noircissement de la plaque photographique avec la lumière de référence d'une part et la lumière à étudier, d'autre part.

En procédant ainsi, on constate :

1° que le spectre de la lumière émise ne comporte ni raies, ni bandes d'absorption ;

2° que la répartition spectrale suit une loi en  $d\lambda/\lambda^3$  dans la région comprise entre 3 700 et 5 200 Å.

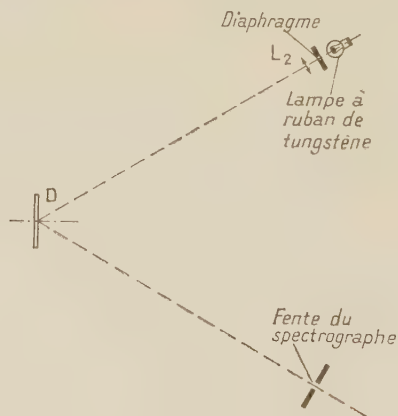


Fig. 2.

Après examen des divers rayonnements présents dans la pile, on en conclut que la lumière est émise par effet Cerenkov et qu'elle est produite par des électrons ( $\beta$  ou secondaires de  $\gamma$ ) au cours de leur déplacement dans l'eau. A titre de vérifications complémentaires, le spectre de la lumière a été étudié dans les conditions suivantes :

a. Récipient en aluminium contenant soit de l'eau lourde, soit de l'eau ordinaire ;

b. Récipient en aluminium entouré d'un cylindre de cadmium, contenant soit de l'eau ordinaire, soit de l'eau lourde ;

c. Récipient en aluminium contenant de l'eau ordinaire et protégé par un manchon de plomb.

Dans chaque cas on observe la même loi de distribution spectrale, et la lumière émise ne présente pas de polarisation notable. L'ensemble des résultats obtenus confirme l'interprétation proposée.

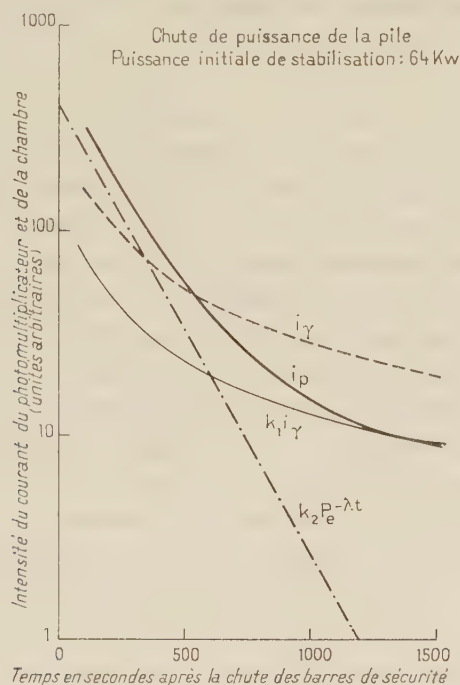
*Variation de l'intensité lumineuse en fonction de la puissance de la pile.* — Lors du fonctionnement de la pile, l'intensité de la lumière varie considérablement. Les mesures d'intensité sont faites avec un photomultiplicateur disposé à la place du spectrographe. Afin d'établir les relations existant entre le flux lumineux et les divers rayonnements existant dans la pile, le courant photoélec-

trique  $I_p$  est comparé, soit au courant  $I_\gamma$  produit par une chambre à paroi de graphite sensible aux rayons  $\gamma$ , soit au courant  $I_n$  produit par une chambre à bore placée dans la pile.

*Étude des décroissances.* — La pile est stabilisée pendant une vingtaine de minutes à une puissance donnée; puis les barres de sécurité sont brusquement chutées, on constate qu'après extinction des régimes transitoires la courbe de décroissance du courant  $I_p$  représente la superposition de deux phénomènes (voir fig. 3), elle peut se mettre sous la forme

$$I_p(t) = K_1 I_\gamma(t) + K_2 P e^{-\lambda t}$$

dans laquelle  $K_1$  et  $K_2$  sont des constantes,  $P$  est la puissance de la pile et  $\lambda$  la constante de désintégration  $\beta$  de l'aluminium produite par réaction.



Une analyse détaillée permet de conclure que la lumière émise par l'eau est formée par l'effet Cerenkov produit, d'une part par les rayonnements  $\beta$  émis par le récipient d'aluminium, d'autre part par les électrons Compton produits par le rayonnement  $\gamma$  de la pile.

L'extrapolation au temps 0 de la formule précédente nous a permis d'établir que dans notre dispositif les rayons  $\beta$  de l'aluminium produisent en régime permanent 14 % du flux lumineux.

*Montée en puissance.* — Au cours d'une montée en puissance, les trois courants  $I_p$ ,  $I_\gamma$ ,  $I_n$ , restent proportionnels, et la réactivité de la pile peut se mesurer en déterminant la période de montée exponentielle du courant  $I_p$ .

(\*) Séance du 5 août 1957.



CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Sur la dépendance entre la constante de vitesse et les caractéristiques physiques du solvant.* Note (\*) de M. **STEFAN POPOVICI** et M<sup>lle</sup> **MARIANA POP**, transmise par M. Eugène Darmois.

L'influence du solvant sur la vitesse de réaction a été observée, dans la seconde moitié du dernier siècle, par Berthelot et Péan de Saint-Gilles dans le processus d'estérification de l'acide acétique avec l'alcool éthylique, et surtout par Menshutkin <sup>(1)</sup> dans la formation des sels quaternaires d'ammonium. Dès le début on s'est posé le problème de la modalité d'action du solvant sur les molécules dissoutes et de la grandeur qui caractérise cette influence. C'est Menshutkin <sup>(1)</sup> qui a essayé, le premier, d'expliquer l'influence du solvant en observant un parallélisme entre la vitesse de réaction et la constitution chimique des solvants de certaines séries homologues. La plupart des auteurs <sup>(2)</sup> ont essayé d'exprimer — empiriquement ou en se basant sur certaines théories — la constante de vitesse ou l'énergie d'activation comme fonction d'une caractéristique physique du solvant (constante diélectrique, moment dipôle, viscosité, etc.). Beaucoup d'auteurs ont admis une dépendance linéaire du logarithme de la constante de vitesse ou de l'énergie d'activation de la réciproque de la constante diélectrique. Mais comme il résulte des données expérimentales connues <sup>(2)</sup>, ces relations ont toujours un caractère particulier. E. R. Swart et L. J. Roux <sup>(3)</sup> affirment que l'énergie d'activation dépend de beaucoup de facteurs et la vitesse de réaction ne peut pas être définie seulement par la constante diélectrique du solvant. De même, E. F. Caldin et J. Peacock <sup>(1)</sup>, en se rapportant à l'effet du solvant dans la réaction de décomposition de la nitramide, considèrent que dans de telles réactions une simple théorie électrostatique n'est pas satisfaisante.

Dans cette Note nous nous proposons de démontrer qu'on ne peut pas établir une relation générale entre une ou plusieurs caractéristiques physiques du solvant et la constante de vitesse, ou l'énergie d'activation, et en même temps expliquer les relations particulières connues. Nous nous proposons ensuite de démontrer que pour définir la vitesse de réaction, quand le processus se produit dans différents solvants, il faut tenir compte des éléments structuraux des molécules en réaction.

Soit l'expression de la constante de vitesse

$$k = F(\varepsilon, \mu, \eta, \dots),$$

où  $\varepsilon$  représente la constante diélectrique,  $\mu$  le moment dipôle et  $\eta$  la viscosité du solvant, et

$$k = f(\varepsilon)$$

l'expression de la constante de vitesse dans le cas où l'on tient compte d'une seule variable, par exemple la constante diélectrique.

L'existence d'une fonction  $k = f(\varepsilon)$  nous montre que des solvants ayant la même constante diélectrique doivent toujours conduire à des constantes de vitesses identiques, même si leurs moments dipôles et viscosités sont différents. Pratiquement ce fait exclut la possibilité d'existence d'une fonction générale  $k = F(\varepsilon, \mu, \eta, \dots)$ .

Comme la plupart des caractéristiques du solvant expriment son état macrophysique et ne traduisent pas suffisamment les propriétés des molécules isolées, qui agissent en fait sur la substance dissoute, il résulte que la fonction  $k = f(\varepsilon)$  n'est pas générale.

D'autre part, nous <sup>(5)</sup> avons montré qu'on peut écrire l'expression de la constante de vitesse

$$k = P \alpha_0 e^{\left(a - \frac{1}{RT}\right) F(\lambda)}.$$

Dans cette expression  $P$  caractérise les phénomènes périphériques indépendamment de la structure des molécules en réaction,  $\alpha_0$  la constante d'action limite qui correspond à l'énergie d'activation  $A = 0$ ,  $a$  la déformabilité de la molécule définie par le rapport  $a = d \ln \alpha / dA$  et  $F(\lambda)$ , qui substitue l'énergie d'activation, représente une fonction de la longueur d'onde qui caractérise la position de la bande d'absorption ou une certaine liaison chimique. Cette relation contient un élément qui définit les transformations possibles des molécules en réaction, et qui est indépendant de la nature du solvant. Cet élément,  $a$ , représente la déformabilité de la molécule, qui peut être une constante ou une fonction quelconque. Dans la réaction de saponification du benzoate d'éthyle comme dans la réaction de Menshutkin, quand celle-ci a lieu dans certains solvants,  $a$  est une constante.

Le second élément  $F(\lambda)$  indique quelles sont les transformations possibles qui se produisent. Il définit l'effet du solvant sur les molécules dissoutes en exprimant donc l'interaction entre le solvant et les molécules en réaction.

Dans la relation de la constante de vitesse l'effet du solvant s'exprime par une grandeur qui dépend de la structure des molécules en réaction dans certains solvants et non pas d'une caractéristique physique du solvant.

La constante de vitesse ou l'énergie d'activation peuvent être définies par une ou plusieurs caractéristiques du solvant, seulement quand la fonction  $F(\lambda)$ , qui exprime l'énergie d'activation dans l'équation d'Arrhenius peut être substituée par une fonction

$$F(\lambda) = \varphi(\varepsilon) \quad \text{ou} \quad F(\lambda) = \Phi(\varepsilon, \mu, \eta, \dots).$$

Même si ces cas sont nombreux ils ont toutefois un caractère particulier.

Pour conclure on peut admettre qu'il n'y a pas de relation générale

entre la constante de vitesse ou l'énergie d'activation et une ou plusieurs caractéristiques physiques du solvant, mais seulement des relations dans lesquelles apparaissent des éléments structuraux des molécules en réaction. On ne doit pas considérer la nature du solvant, mais seulement l'effet qu'il produit sur les substances dissoutes. C'est un fait semblable à celui constaté dans les processus catalytiques où récemment on ne parle plus de catalyseurs, mais seulement de catalyse (<sup>6</sup>). Dans les deux cas, pour expliquer le mécanisme de la réaction, on doit connaître les modifications du solvant ou du catalyseur au cours du processus chimique. Les grandeurs qui expriment ces transformations peuvent apparaître comme variables dans l'expression de la constante de vitesse, mais les relations obtenues de cette manière ont un caractère très particulier et ne sont applicables qu'à un certain système solvant-substance dissoute ou tout au plus aux systèmes qui ont une structure chimique très proche.

(\*) Séance du 12 août 1957.

(<sup>1</sup>) H. G. GRIMM, H. RUF et H. WOLFF, *Z. physik. Chem.*, B, 13, 1931, p. 301.

(<sup>2</sup>) E. A. MOELWYN-HUGHES, *Oxford University Press*, 2, 1950, p. 151-152 et 207-220 ; K. J. LAIDLER et P. A. LANDSKROENER, *C. A.*, 50, p. 14 333 c ; E. TOMMILA et P. J. ANTIKAINEN, *C. A.*, 50, p. 2 260 f.

(<sup>3</sup>) *J. Chem. Soc.*, 1957, p. 406.

(<sup>4</sup>) *C. A.*, 50, p. 610 i.

(<sup>5</sup>) S. POPOVICI et M. POP, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 351.

(<sup>6</sup>) E. A. MOELWIN-HUGHES, *Oxford University Press*, 2, 1950, p. 336.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'oxydation d'un sel complexe d'uranium en liqueur alcaline*. Note (\*) de M. HENRI MARTIN-FRÈRE, présentée par M. Louis Hackspill.

L'action de l'eau oxygénée sur les sels d'uranium en présence d'un carbonate alcalin en excès donne une liqueur rouge-orangé. La méthode spectrophotométrique de P. Job indique la formation d'un complexe peroxydé résultant de l'action d'une molécule d'eau oxygénée sur un atome d'uranium. La constante d'équilibre K mesurant la stabilité du composé a été déterminée.

Les sels d'uranium se dissolvent dans les solutions de carbonates alcalins en donnant une coloration jaune-vert due au complexe carbonique stable en milieu alcalin. Traitée par l'eau oxygénée cette liqueur devient rouge orangé. Il a paru intéressant d'étudier cette réaction par la méthode des variations continues (<sup>1</sup>) appliquée à l'absorption lumineuse. La coloration obtenue est relativement stable, l'absorption des solutions préparées restant constante pendant un temps suffisamment long pour permettre les mesures.



Le sel d'uranium employé est le nitrate d'uranyle  $(\text{NO}_3)_2\text{UO}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ . Le dosage de l'uranium a été fait par gravimétrie à l'état de  $\text{U}_3\text{O}_8$ , les titres sont calculés en atomes-gramme d'uranium par litre. Les solutions d'eau oxygénée ont été titrées et ajustées avant chaque mesure par dosage manganométrique suivant la méthode classique, la concentration est exprimée en molécules-gramme par litre. Nous avons mesuré au spectrophotomètre pour des longueurs d'onde comprises entre 4 800 et 5 300 Å, les absorptions relatives des mélanges en proportions variables d'une solution de nitrate d'uranyle et d'une solution d'eau oxygénée en présence d'une quantité constante en excès de carbonate de sodium en solutions de titres compris entre  $5 \cdot 10^{-2}$  et 1,53 M (cette dernière correspondant à la solution saturée de sel); les courbes obtenues avec les mélanges équimoléculaires de sel d'uranium et d'eau oxygénée pour des concentrations variant de  $10^{-2}$  à  $2,5 \cdot 10^{-3}$  M présentent un maximum fixe, quelle que soit la concentration commune pour 50 % des réactifs. La méthode spectrophotométrique ne nous renseigne pas sur le nombre de molécules de carbonate, qui prennent part à la réaction, mais seulement sur l'oxydation elle-même. Elle indique la formation d'un complexe peroxydé résultant de l'action d'une molécule d'eau oxygénée sur un atome d'uranium, en présence d'un excès de carbonate alcalin, complexe qui correspondrait à la formation d'un ion peruranyl carbonique. L'étude des mélanges non équimoléculaires permet de calculer une constante d'équilibre K du persel formé par application de la formule (2)

$$K = \frac{\Gamma[(p+1)x-1]^2}{(p-1)(1-2x)^4}$$

Les résultats sont groupés dans le tableau suivant :

Concentration du carbonate de sodium (mol-g/l).	$\Gamma(\text{H}_2\text{O}_2)$ .	$\Gamma'(\text{Ur})$ .	$p = \frac{\Gamma'}{\Gamma}$ .	$x_*$ .	$K_{20\%}$ .
1,53 .....	{ 0,01	0,005	0,5	0,655	$1,98 \cdot 10^{-5}$
	{ 0,02	—	0,25	0,785	1,68
1 .....	{ 0,02	0,0049	0,249	0,785	1,68
	{ 0,03	0,005	0,166	0,84	2,1
	{ 0,015	0,03	2	0,34	1,88
	{ 0,01	0,005	0,5	0,655	1,98
$2 \cdot 10^{-1}$ .....	{ 0,03	0,005	0,166	0,84	2,1
	{ 0,02	—	0,25	0,785	1,68
	{ 0,01	—	0,5	0,655	1,98
	{ 0,0075	0,0148	1,98	0,345	2,08
$1 \cdot 10^{-1}$ .....	0,0075	—	1,98	0,345	2,08
$5 \cdot 10^{-2}$ .....	0,02	0,005	0,25	0,785	1,68

Les valeurs de la constante  $K$  sont suffisamment concordantes pour admettre l'existence d'un seul sel peroxydé. La constante d'équilibre correspondante est voisine de  $1,95 \cdot 10^{-5}$  et indépendante de la force ionique du milieu.

Dans les conditions de l'expérience et lorsque la concentration en carbonate alcalin est supérieure à  $5 \cdot 10^{-2}$  M, on voit qu'il n'existe qu'un seul ion complexe peroxydé comportant un atome d'oxygène actif par atome d'uranium. Lorsque la concentration en carbonate alcalin est inférieure à  $5 \cdot 10^{-2}$  M l'abscisse du maximum des courbes des mélanges équimoléculaires indique une composition qui n'est pas constante, ce résultat paraît prouver que l'absorption des solutions, pour les concentrations utilisées, n'est pas due à un seul édifice coloré.

(\*) Séance du 12 août 1957.

(<sup>1</sup>) P. JOB, *Ann. Chim.*, 10<sup>e</sup> série, [9], 1928, p. 113-203; *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 204.

(<sup>2</sup>) Notations habituellement utilisées :  $\Gamma$ , concentration de l'eau oxygénée en molécules-gramme par litre;  $\Gamma'$ , concentration de l'uranium en atomes-gramme par litre;  $p = \Gamma'/\Gamma$  et  $x$ , la proportion centésimale de la solution du sel d'uranium dans le mélange maximum.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur deux phénanthrones, intermédiaires de la synthèse de quelques diterpènes*. Note (\*) de MM. MARCEL FÉTIZON et JACQUES DELOBELLE, transmise par M. Jacques Tréfouël.

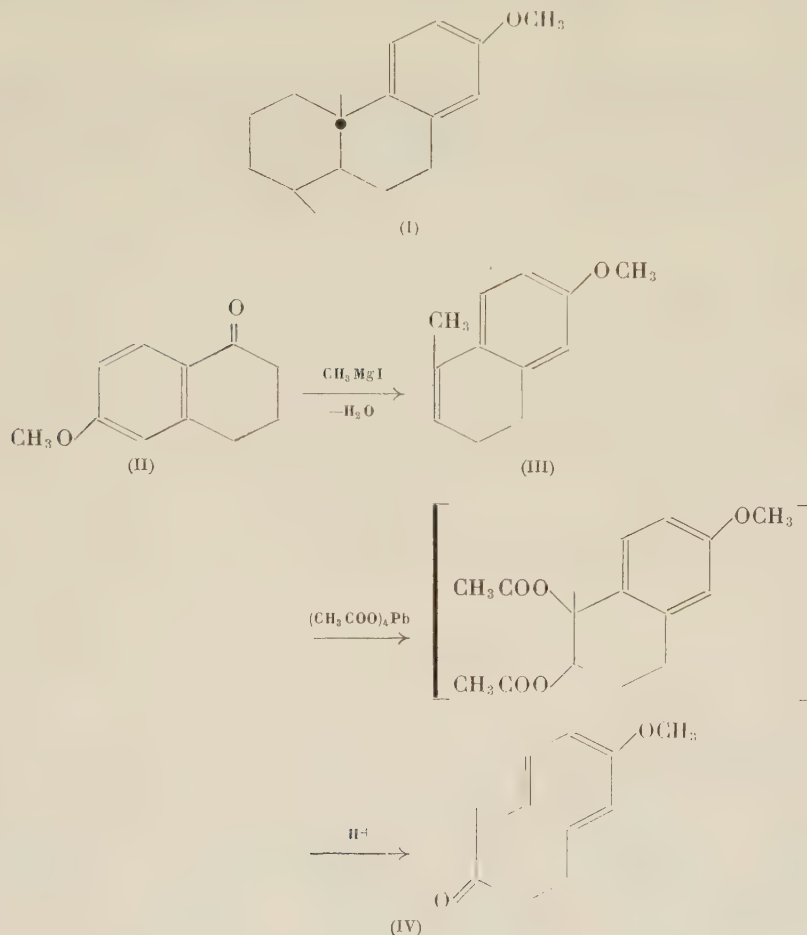
Deux phénanthrones sont préparées par condensation de la méthylvinylcétone ou de l'éthylvinylcétone sur la méthoxy-6 méthyl-1 tétralone-2. La difficulté de la gem-diméthylation de ces phénanthrones est soulignée.

Le triméthyl-méthoxy-octahydrophénanthrène (I) est un point de départ très intéressant pour la synthèse d'un certain nombre de diterpènes (<sup>1</sup>). En vue de préparer (I) par des voies stéréospécifiques, et afin d'étudier en même temps un mode d'obtention possible de l'acide abiétique, les cétones (V) et (VI) ont été préparées à partir de la méthyl-1 méthoxy-6 tétralone-2 (IV). Cette tétralone est elle-même obtenue à la suite des transformations ci-contre.

L'oxydation du méthoxy-6 tétrahydro-1.2.3.4 naphthalène par  $\text{CrO}_3$  donne la méthoxy-6 tétralone-1 (II) avec un rendement de 55 % en moyenne (<sup>2</sup>). Cette tétralone, condensée avec l'iodure de méthylmagnésium, conduit à un alcool qu'on n'isole pas mais qu'on déshydrate selon les recommandations de Jacques et Kogan (<sup>3</sup>) en carbure (III).  $E_{42}$  144-148°;  $n_D^{20,5}$  1,5805.

A 92 g de ce carbure dans 700 cm<sup>3</sup> d'acide acétique à 60°, on ajoute, en agitant, par petites portions 390 g de  $\text{Pb}_3\text{O}_4$ . Quand l'addition est terminée (1 h environ), on continue à agiter à 60° pendant encore 1 h, chasse 300 cm<sup>3</sup>

d'acide acétique sous vide, verse dans 3 l d'eau, extrait au chloroforme. L'huile obtenue après évaporation du solvant est portée à reflux pendant 45 mn avec 250 cm<sup>3</sup> d'éthanol, 350 cm<sup>3</sup> d'eau et 60 cm<sup>3</sup> d'acide sulfurique. Après le traitement usuel, on obtient 34 g de tétralone  $\bar{E}_{0,25}$  114-117° (IV).



Pour un échantillon spécialement purifié pour analyse on trouve  $\bar{E}_{0,8}$  118-119°;  $\nu(\text{C}=\text{O})$ : 1713 cm<sup>-1</sup>.

*Dinitrophénylhydrazone* : F 149-150° (chlorure de méthylène/méthanol)  $\lambda_m$ : 367 m $\mu$ ; log  $\epsilon$ : 4,38 (CHCl<sub>3</sub>). C<sub>18</sub>H<sub>18</sub>N<sub>4</sub>O<sub>5</sub>, calculé %, C 58,37; H 4,90; trouvé %, C 58,41; H 5,00.

La tétralone est condensée avec la méthylvinylcétone en présence de triton B (\*) en cétone (V), huileuse,  $\bar{E}_{0,02}$  160°;  $n_D^{25}$  1,5800.  $\lambda_m$ : 244 m $\mu$ ; log  $\epsilon$ : 4,15 (alcool) (calc  $\lambda_m$  244 m $\mu$ ).  $\nu(\text{C}=\text{O})$ : 1661 cm<sup>-1</sup>.

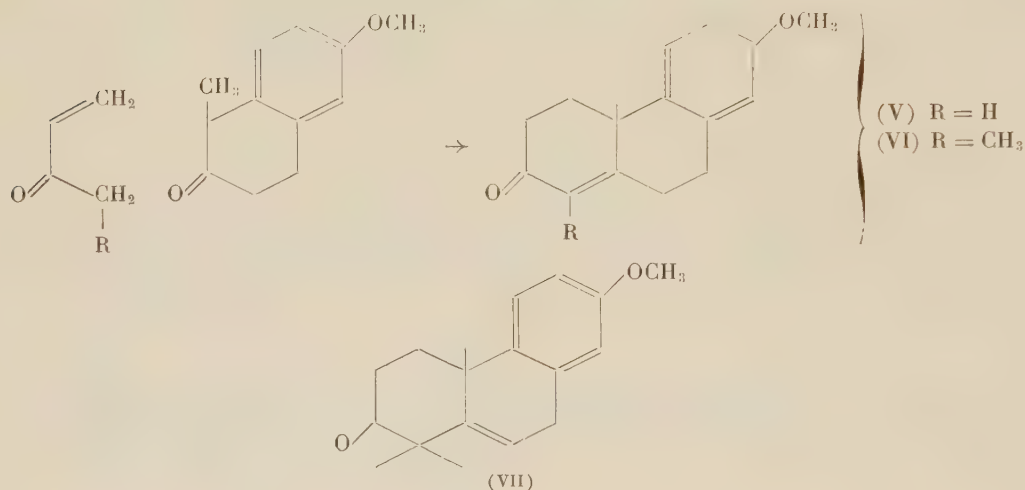
*Dinitrophénylhydrazone* : F 201-202°;  $\lambda_m$ : 391 m $\mu$ ; log  $\epsilon$ : 4,49 (CHCl<sub>3</sub>), C<sub>22</sub>H<sub>22</sub>O<sub>5</sub>N<sub>4</sub>, calculé %, C 62,55; H 5,25; N 13,26; trouvé %, C 62,62; H 5,00; N 13,35.



La même condensation, effectuée avec la pentène-1 one-3 donne la cétone (VI) également huileuse :  $\bar{E}_{0,06}$  159-165°;  $\lambda_m$  : 249 m $\mu$ ;  $\log \epsilon$  : 4,14 (alcool) (calculé :  $\lambda_m$  249 m $\mu$ );  $\nu(\text{C}=\text{O})$  : 1659  $\text{cm}^{-1}$ .

2.4-dinitrophénylhydrazone : F 236° ( $\text{CHCl}_3/\text{CH}_3\text{OH}$ ).  $\lambda_m$  388 m $\mu$ ;  $\log \epsilon$  : 4,52.  $\text{C}_{23}\text{H}_{24}\text{O}_5\text{N}_4$ , calculé %, C 63,29; H 5,54; N 12,83; trouvé %, C 63,50; H 5,90; N 12,70.

Le seul produit isolable après méthylation de (V) par l'iodure de méthyle en large excès dans le tertiobutanol en présence de tertiobutylate de potassium est la cétone (VI)  $\bar{E}_{0,04}$  148-154°, dinitrophénylhydrazone F 235-236° (pas de dépression du point de fusion avec la dinitrophénylhydrazone authentique).



On a vérifié que dans les mêmes conditions, la  $\Delta^4$ -cholesténone-3 fournit uniquement la 4.4-diméthyl  $\Delta^5$ -cholesténone-3, F 176°<sup>(5)</sup>. D'ailleurs Ringold et Rosenkranz obtiennent par le même procédé à partir de la testostérone le 4.4-diméthyl  $\Delta^5$ -androstène-17  $\beta$ -ol, sans trace de méthyl-4 testostérone<sup>(6)</sup>.

La méthylation de (V) ou de (VI) par le sulfate de méthyle dans le tertiobutanol en présence de tertiobutylate de potassium donne un mélange complexe, contenant une cétone non conjuguée [probablement (VII)] et une cétone conjuguée, comme le montre le spectre infrarouge du produit brut, où l'on observe deux bandes à 1713 et 1660  $\text{cm}^{-1}$ .

(\*) Séance du 29 juillet 1957.

(1) J. A. BORLTROP et N. A. ROGERS, *Chem. Ind.*, 1957, p. 20.

(2) D. G. THOMAS et A. H. NATHAN, *J. Amer. Chem. Soc.*, **70**, 1948, p. 331.

(3) *Bull. Soc. Chim.*, 1956, p. 137.

(4) W. F. NEWHALL, S. A. HARRIS, F. W. HOLLY, E. L. JOHNSTON, J. W. RICHTER, E. WALTON, A. N. WILSON et K. FOLKERS, *J. Amer. Chem. Soc.*, **77**, 1955, p. 5646.

(5) R. B. WOODWARD, A. A. PATCHETT, D. H. R. BARTON, D. A. J. IVES et R. B. KELLY, *J. Chem. Soc.*, 1957, p. 1131.

(6) E. WENKERT et T. E. STEVENS, *J. Amer. Chem. Soc.*, **78**, 1956, p. 2318.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Nolanacées. Développement de l'embryon chez le *Nolana prostrata* L.* Note (\*) de M. PIERRE CRÉTÉ, présentée par M. René Souèges.

Le développement de l'embryon n'avait jamais encore été étudié chez les Nolanacées. L'embryogénie du *Nolana prostrata* se superpose à celle du *Polemonium caeruleum*. Elle fait ressortir que la famille possède d'étroites relations avec les Solanacées et les Boragacées, mais qu'elle se sépare nettement des Convolvulacées auxquelles on rattache souvent le groupe des *Nolana*.

Parmi les Gamopétales tétracycliques à ovaire supère, les Nolanacées, malgré leur nombre réduit de genres et d'espèces, occupent une situation remarquable par l'isomérisie du pistil, le recloisonnement des carpelles et la nature du fruit. Il est certain qu'on peut leur attribuer, selon les termes de comparaison utilisés, d'étroites affinités avec les Boragacées et, plus encore, avec les Convolvulacées et les Solanacées. Bentham et Hooker <sup>(1)</sup> les rattachent d'ailleurs aux Convolvulacées dont elles ne sont plus qu'une tribu, tandis que, dans la classification d'Engler et Prantl <sup>(2)</sup>, elles ont rang de famille autonome et trouvent place immédiatement avant les Solanacées. La prise en considération de critères anatomiques ne s'oppose pas à l'inclusion du groupe des *Nolana* dans les Convolvulacées <sup>(3)</sup>. Cependant, Mirande <sup>(4)</sup>, en se basant plus spécialement sur l'ontogénèse du liber intraxylaire et la présence de cellules à sable d'oxalate de calcium chez les représentants de ce groupe, est d'avis qu'on devrait les inclure dans les Solanacées; on pourrait, du moins, en faire une famille indépendante trouvant place entre les Boragacées et les Solanacées.

L'embryogénie des Convolvulacées étant très différente de celle des Solanacées, on peut espérer, en établissant les lois de l'embryogénèse chez une Nolanacée le *Nolana prostrata* L., résoudre au moins en partie le problème que pose la taxinomie des Nolanacées. En effet, le mode de développement de l'embryon, dans la famille, demeure jusqu'à présent totalement inconnu.

Chez le *Nolana prostrata* L., la première génération est caractérisée par la formation d'une tétrade linéaire appartenant à la série  $C_2$  (fig. 3 et 4). Les cellules *cc* et *cd* proviennent de la cellule apicale et les cellules *m* et *ci*, de la cellule basale du proembryon bicellulaire (fig. 1). A la troisième génération, par division oblique de *cc*, verticale de *cd* et transversale de *m* et de *ci*, il se forme en théorie, un proembryon octocellulaire; il est encore heptacellulaire en 6, en raison d'un retard dans le cloisonnement de *cc*; il comprend probablement les huit éléments en 8, si la base de l'embryon, non observée, comprend, ce qui est vraisemblable, les deux étages *n* et *n'*. L'étage supérieur *cc* de l'embryon à huit cellules, formé de deux éléments de forme et de dimension dissemblables *a* et *b*, se segmente par parois rectangulaires l'une à l'autre et donne naissance à quatre cellules dis-

posées en tétraèdre; l'étage *cd* devient composé de quatre éléments circumaxiaux provenant de la division verticale des deux cellules-filles de *cd*; les étages *c*, *f* et, probablement *n* et *n'* ne subissent pas momentanément de segmentations nouvelles (fig. 9).

Au niveau de l'étage *cc*, l'octant supérieur se différencie en cellule épiphysaire et produit l'épicotyle; les trois autres octants sont à l'origine de la partie cotylée *sensu stricto* (fig. 8 à 24). Au niveau de l'étage *cd*, les octants prennent d'abord des parois verticales qui isolent les premiers éléments du dermatogène et quatre cellules circumaxiales (fig. 10 à 13).

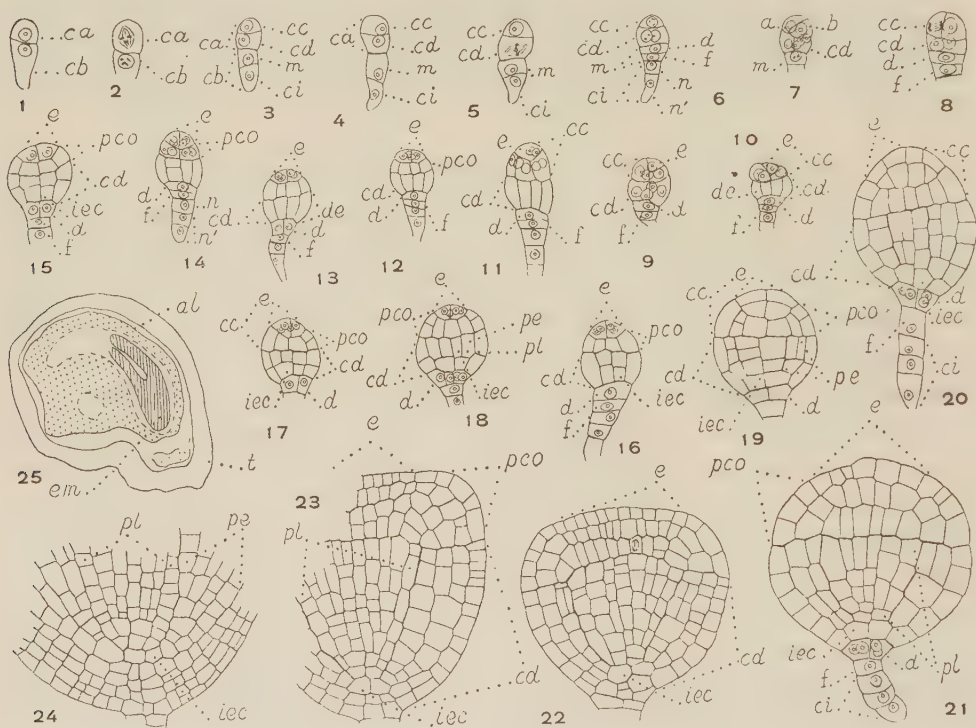


Fig. 1 à 25. — *Nolana prostrata* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale et *cb*, cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc*, cellule terminale de la tétrade ou partie cotylée *s. lato*; *cd*, cellule subterminale de la tétrade ou partie hypocotylée; *m*, cellule intermédiaire et *ci*, cellule inférieure de la tétrade; *a* et *b*, cellules-filles de la cellule supérieure de la tétrade; *d*, cellule-fille supérieure de la cellule *m* ou primordium de la coiffe; *f*, cellule-fille inférieure de la cellule *m*; *e*, cellule épiphysaire ou tissu épiphysaire; *pco*, partie cotylée *s. stricto*; *de*, dermatogène; *pe*, périlème; *pl*, plérôme; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *al*, albumen; *em*, embryon. En 25, schéma de la graine, d'où sont tirés les détails de la radicule embryonnaire figurée en 24. (G  $\times$  370, 280 pour 22, 23 et 24; 27 pour 25.)

Les cellules circumaxiales, par cloisonnement transversal (fig. 13 à 15), séparent, d'une part, une tétrade supérieure dans laquelle des parois verticales isolent les premiers éléments du périlème et du plérôme (fig. 16 et 17), d'autre part, une tétrade inférieure qui représente les initiales de l'écorce de la racine. La partie hypocotylée procède donc, dans son ensemble, de l'étage *cd*. La cellule *d*, fille supérieure de *m*, donne naissance à un tissu de pénétration qui produit le primordium de la coiffe dont les portions latérales proviennent des cellules du dermatogène de l'étage *cd*. La cellule *f*, fille inférieure de *m*, et les trois éléments issus de *ci* assurent l'édification d'un suspenseur filamenteux.



L'embryogénie du *Nolana prostrata* reproduit très exactement celle du *Polemonium caeruleum* L. que R. Souèges <sup>(5)</sup> prend comme type représentatif, dans le cinquième groupe de sa classification, du mégarchétype V. Ce groupe, caractérisé par la différenciation d'une cellule épiphysaire à la quatrième génération, comprend également certaines formes d'une Boragacée, l'*Echium vulgare* <sup>(6)</sup>, et d'une Asclépiadacée, l'*Asclepias curassavica* <sup>(7)</sup>. D'autre part, le type embryonomique du *Polemonium*, se superpose très exactement à celui de l'*Hyoscyamus niger* qui représente le même mégarchétype dans le troisième groupe embryonomique, mais il n'y a pas formation d'une cellule épiphysaire chez la Solanacée <sup>(8)</sup>.

Ainsi, les données de l'embryogénie s'accordent avec les théories habituelles qui font des Polémoniacées une famille de transition entre les Gentianales et les Polémoniales. Quant aux Nolanacées, très proches des Polémoniacées, elles présentent également d'incontestables et étroits rapports avec certaines Boragacées et les Solanacées. Il est impossible de les rattacher aux Convolvulacées qui obéissent à des lois embryonomiques bien différentes <sup>(9)</sup>, <sup>(10)</sup>. La meilleure solution serait de les considérer comme une famille autonome à caractères intermédiaires entre ceux des Polémoniales et des Gentianales. Des Solanacées, elles se rapprochent tout particulièrement par l'albumen cellulaire et la courbure qui caractérise l'embryon adulte.

(\*) Séance du 12 août 1957.

<sup>(1)</sup> *Genera plantarum*, Londres, 2, 1873-1876, p. 865.

<sup>(2)</sup> *Die natürlichen Pflanzenfamilien*, 4, n° 3 b, Leipzig, 1895, p. 1.

<sup>(3)</sup> C. R. METCALFE et L. CHALK, *Anatomy of the Dicotyledons*, 2, 1950, p. 963, Oxford.

<sup>(4)</sup> *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 375.

<sup>(5)</sup> *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1338; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 86, 1939, p. 289.

<sup>(6)</sup> R. SOUÈGES, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 871.

<sup>(7)</sup> P. CRÉTÉ, *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 772.

<sup>(8)</sup> R. SOUÈGES, *Embryogénie et Classification* (3<sup>e</sup> fasc., Partie spéciale : Première période du système), Paris, 1948.

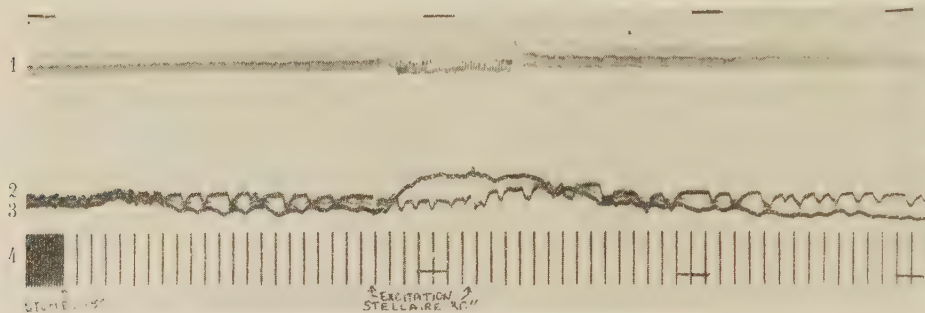
<sup>(9)</sup> R. SOUÈGES, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 813.

<sup>(10)</sup> R. SOUÈGES, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 100, 1953, p. 28.

PHYSIOLOGIE. — *Du rôle des nerfs sympathiques dans la circulation coronarienne*. Note (\*) de MM. **GEORGES ARNUF** et **ROGER CHACORNAC**, transmise par M. Henri Hermann.

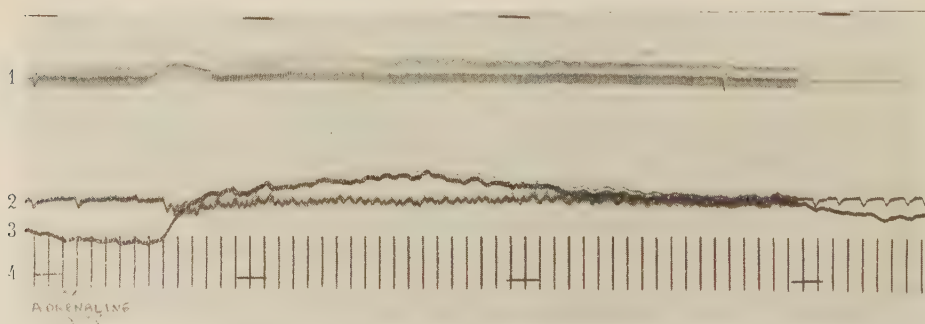
Le rôle de l'innervation sympathique dans la circulation coronarienne reste l'objet de discussions : si les physiologistes estiment généralement qu'elle est vasodilatatrice, les chirurgiens, au contraire, à la suite de R. Leriche et R. Fontaine <sup>(1)</sup> considèrent qu'elle est constrictive au niveau

du cœur comme partout ailleurs. Deux raisons, au moins, expliquent cette discordance : la difficulté technique d'apprécier avec sûreté les changements de calibre des artères coronaires et le fait que la stimulation du ganglion stellaire entraîne une accélération du rythme cardiaque et une augmentation de la pression artérielle, deux facteurs mécaniques qui retentissent inéluctablement sur le débit coronaire. C'est, en effet, ce dernier que les expérimentateurs contemporains ont le plus souvent scruté,



Tracé n° 1. — Chien 12 kg, n° 64, 1<sup>er</sup> mars 1957.

Enregistrement simultané du débit de l'artère coronaire et carotide. La tension artérielle mesurée à la carotide opposée est rendue constante par un vase de compensation branché sur l'aorte terminale. L'excitation électrique du ganglion stellaire gauche déconnecté pendant 30 s provoque une augmentation du débit de l'artère coronaire : 1° Tension artérielle; 2° Débit carotidien; 3° Débit coronaire; 4° Temps : une division = 5 s.



Tracé n° 2. — Même chien que pour le tracé n° 1.

Conditions expérimentales identiques au tracé n° 1. L'injection dans la veine saphène externe de 10  $\gamma$  d'adrénaline provoque une augmentation prolongée du débit coronaire bien que l'effet hypertenseur soit exclu par le vase de compensation.

tels récemment H. D. Green et Donald S. Gregg (<sup>2</sup>) dont les conclusions ne sont pas formelles, pour les raisons précédentes. Nous nous sommes proposés de lever cette incertitude en nous fixant pour objet d'éliminer, dans la mesure du possible, l'incidence des éléments perturbateurs de l'hémodynamique coronarienne pour mettre en évidence la seule influence vasomotrice de l'excitation des nerfs sympathiques.

Les expériences ont été faites sur le Chien anesthésié au penthiobarbital sodique mis en respiration artificielle sous oxygène par intubation de façon à assurer constamment une bonne hématose. Le débit coronarien est enregistré avec le *thermostromuhr* de Rein à haute fréquence. Un thermocouple de dimension appropriée est mis en place sur le tronc ou sur une branche collatérale de l'artère coronaire antérieure en le fixant soigneusement sur le segment libéré de telle sorte qu'il ne puisse ni se déplacer ni agir mécaniquement sur le calibre du vaisseau exploré. Des thermocouples sont également dispersés, dans les mêmes conditions sur l'artère carotide, fémorale ou axillaire. L'enregistrement des tracés est fait par transmission optique sur une caméra. L'excitation du ganglion stellaire est effectué avec appareil de stimulation (charriot de Dubois-Raymond ou stimulateur à ondes rectangulaires). Afin d'éliminer les conséquences de l'hypertension, un vase de compensation est relié à l'aorte abdominale en sa partie terminale de manière à maintenir étale la pression qui règne dans l'arbre artériel : lorsque le niveau tensionnel s'élève, du sang est chassé dans ce vase en quantité telle que la diminution de la masse sanguine compense l'hypertension et conserve à la pression aortique sa valeur initiale. Le système sympathique étant adrénérergique, les effets de l'injection intraveineuse d'adrénaline ont été également recherchés dans les mêmes conditions.

Les résultats de l'expérimentation ainsi conduite sur 68 chiens sont les suivants :

1° Pratiquée 122 fois, l'excitation du stellaire gauche ou de la chaîne sympathique dorsale haute a, sans exception, déterminé une augmentation du débit coronarien; contemporanément elle a toujours provoqué l'accélération du cœur et une hausse variable de la pression artérielle;

2° Lorsque le dispositif de compensation est mis en œuvre et que, de ce fait, il n'y a pas de modification tensionnelle, l'excitation ganglionnaire ou caténaire provoque encore une augmentation du débit coronaire; celle-ci n'est donc pas uniquement la conséquence du facteur mécanique qu'est l'hypertension;

3° L'inscription simultanée des débits coronarien et axillaire montre souvent, mais non toujours, que l'excitation du ganglion stellaire les fait varier en sens inverse : le flux coronarien s'accroît tandis que le débit sanguin axillaire fléchit. Cette divergence d'action est particulièrement suggestive;

4° 65 injections intraveineuses d'adrénaline de 1 et 2  $\gamma$ /kg ont constamment développé un accroissement du débit coronaire contemporain de l'hypertension bien connue; ici encore, cet accroissement subsiste lorsque le dispositif de compensation maintient la pression étale. On note, de plus, que l'augmentation du flux coronaire persiste dans les périodes où l'hyper-



tension marque un fléchissement (step adrénalinique). L'importance de cette constatation est souligné par le fait que, dans le même temps, le débit du sang diminue dans l'artère fémorale;

5° Il arrive fréquemment qu'au cours de l'hypertension adrénalinique le cœur se ralentit fortement, soit par bradycardie sinusale réflexe, soit par apparition d'un rythme extrasystolique bigéminé; or, en cette occurrence, le débit coronarien reste augmenté, tandis que le débit fémoral diminue, ce qui, dans ces cas, permet d'exclure l'intervention du facteur chronotope;

6° La résection du ganglion étoilé seule, ou après résection du ganglion droit, a donné souvent mais non toujours, des effets inverses de ceux de l'excitation; le débit coronarien augmente, alors que celui de l'artère axillaire diminue.

L'ensemble de ces résultats confirme les indications de nos devanciers en ce qui concerne l'augmentation du flux coronarien consécutif à l'excitation électrique du ganglion stellaire ou à l'injection intraveineuse d'adrénaline. Mais, ils montrent en plus la possibilité de dissocier les modifications du débit coronaire et les variations de la pression artérielle et de la fréquence cardiaque. Réserve faite de l'incidence d'un accroissement de l'énergie systolique (action inotrope positive dont la conséquence prévisible est d'ailleurs d'élever la tension artérielle), nous nous croyons autorisés à conclure que les fibres nerveuses à destination des vaisseaux coronaires, contenues dans la chaîne sympathique cervicodorsale et plus particulièrement dans le ganglion étoilé, sont vasodilatatrices.

(\*) Séance du 12 août 1957.

(<sup>1</sup>) R. LERICHE, R. FONTAINE et J. KUNLIN, *C. R. Soc. Biol.*, 110, 1932, p. 299; *C. R. du XLII<sup>e</sup> Congrès français de Chirurgie*, 3-8 octobre 1932, p. 81.

(<sup>2</sup>) D. E. GREGG, *Lea and Febiger*, Philadelphia, 1950.

(Laboratoire de Physiologie de la Faculté de Médecine  
et de Pharmacie de Lyon.)

ENDOCRINOLOGIE. — *Phénomènes neurosécrétoires et glandes endocrines chez les Opilions*. Note(\*) de M<sup>me</sup> HENRIETTE HERLANT-MEEWIS et M<sup>lle</sup> JACQUELINE NAISSE, transmise par M. Paul Brien.

Le cerveau des Opilions *Phalangium opilio* et *Oligolophus tridens* renferme quatre types de cellules neurosécrétrices. Les glandes endocrines sont représentées par les plaques paranglionnaires et la glande de mue. Cette dernière subit des transformations au cours d'une intermue. Il semble exister une relation entre l'activité des cellules neurosécrétrices orales, les plaques paranglionnaires et la glande de mue.

Des cellules neurosécrétrices ont été décrites chez les Arachnides par M. Gabe (<sup>1</sup>) et par R. Legendre (<sup>2</sup>), (<sup>3</sup>). L'activité de ces éléments serait

en rapport avec le fonctionnement d'une glande endocrine semblable aux corpora cardiaca des Insectes et à la glande du sinus des Crustacés. Il n'a pas été signalé jusqu'ici, chez les Arachnides, de glandes comparables aux corpora allata des Insectes ni à la glande thoracique de mue.

Nous avons étudié le cerveau des Opilions : *Phalangium opilio* (L.) et *Oligolophus tridens* (K.). Il renferme quatre espèces de cellules neuro-sécrétrices formant chacune deux groupes pairs : deux amas de cellules orales dans la partie antérieure ventrale du protocerebron, au voisinage des corps pédonculés; deux amas de cellules aborales, sous la medulla visuelle des centres optiques; deux cellules latérales de chaque côté, au-dessus de la couche de globineurones, enfin deux cellules marginales de chaque côté, en avant du corps central sur le bord du cerveau.

On trouve, en outre, des cellules neurosécrétrices tritocérébrales et infra-œsophagiennes.

Chez nos Opilions, les glandes endocrines sont représentées par les plaques paraganglionnaires déjà décrites par Gabe chez *Phalangium opilio*, et par une glande de mue située dans le céphalothorax, en arrière des ganglions cérébroïdes. Cette glande est formée de deux bandes presque verticales qui partent ventralement à gauche et à droite de l'œsophage, remontent obliquement le long des parois postéro-latérales du ganglion cérébroïde et viennent se souder au-dessus de la partie postérieure dorsale du cerveau. Sur tout son parcours, elle est accolée au sinus sanguin céphalique.

En suivant la croissance et la mue d'individus isolés depuis la naissance jusqu'à la maturité sexuelle, il nous a été permis d'observer les variations cycliques des différentes cellules neurosécrétrices et les transformations au niveau des glandes endocrines.

La glande de mue subit les variations suivantes : peu avant la mue et pendant celle-ci, la glande est compacte, les noyaux sont petits, quelques vacuoles apparaissent dans le cytoplasme; 48 h après la mue, les vacuoles cytoplasmiques s'accroissent et confluent en grandes lacunes; les noyaux deviennent volumineux et multiplient leurs nucléoles : ils commencent à se diviser vers le premier tiers de l'intermue; cette division est particulièrement active vers le milieu de l'intermue. A ce moment, les cellules commencent à élaborer une sécrétion phloxinophile; des granules de même aspect sont visibles dans le sinus sanguin proche. Pendant le dernier tiers de l'intermue, la glande élimine son produit de sécrétion et les divisions cessent. A l'approche de la mue suivante, l'organe renferme de nombreux petits noyaux provenant des divisions précédentes, il redevient massif. Après la mue imaginale, l'organe subit une régression, certains noyaux entrent en picnose, le cytoplasme se vacuolise et la glande prend l'aspect d'un corps gras.

Selon les constatations histologiques, cette glande nous apparaît analogue à l'organe Y des Crustacés, et aux glandes de mue des Insectes. Les rapports entre l'activité neurosécrétoire et les glandes endocrines des Opilions pourraient se comprendre de la manière suivante :

Selon le mécanisme déjà décrit par Gabe, les cellules neurosécrétrices orales accumulent leur produit de sécrétion au moment de la mue; immédiatement après celle-ci, la sécrétion quitte les cellules en longeant leur axone et va s'accumuler dans les plaques paranglionnaires. Ces dernières joueraient ainsi le rôle de réservoir au même titre que la glande du sinus des Crustacés. Nous n'y avons pas constaté de sécrétion propre, elles ne seraient donc pas comparables aux corpora cardiaca des Insectes. Le produit sécrété passerait ensuite dans le sinus sanguin. A ce moment, la glande de mue entrerait à son tour en activité et la substance qu'elle sécrète en passant dans l'hémocœle interviendrait dans le déclenchement de la mue suivante.

(\*) Séance du 17 juillet 1957.

(<sup>1</sup>) *Arch. d'anat. micr. et de morph. exp.*, 44, 1955, p. 351-383.

(<sup>2</sup>) *Comptes rendus*, 238, 1954, p. 1267.

(<sup>3</sup>) *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 2255.

NUTRITION. — *Efficacité protidique du sérum de latex d'Hévéa*. Note (\*) de MM. **RAYMOND FERRANDO** et **DANG QUAN DIEN**, transmise par M. Clément Bressou.

Chez le Rat, le sérum de latex d'Hévéa permet la supplémentation d'un régime à base exclusive de céréales. Le gain de croissance ainsi obtenu, sans être aussi élevé que celui donné par le sérum de fromagerie, n'en n'est pas moins intéressant.

La coagulation du latex d'Hévéa dans l'opération préliminaire du traitement de ce liquide donne un résidu appelé sérum de coagulation du latex dont l'aspect rappelle le sérum de fromagerie. C'est en effet l'odeur d'un atelier de traitement du latex, odeur analogue à celle des laiteries et fromageries, qui éveilla notre attention. Cette ressemblance nous a conduit à penser qu'on pourrait utiliser ce sérum de latex dans l'alimentation des animaux.

La teneur moyenne en protides du sérum utilisé est de 0,612 %. Certains sérums dilués dans l'eau et que nous avons utilisés contiennent 0,171 % de protides. Dans les protides on a identifié les acides aminés suivants : leucine, proline, arginine, histidine, lysine, alanine, sérine, tyrosine, valine, glyocolle, acide aspartique. Des dosages de ces acides aminés sont actuellement en cours.

Après une série d'essais poursuivis sur le Rat blanc, nous avons pu constater l'absence de toxicité du produit et nous avons alors déterminé



dans une deuxième expérience l'efficacité protidique du sérum de latex comparée à celle du sérum de fromagerie.

A cette fin, trois groupes, composés chacun de cinq rats pesant en moyenne 65,3 g, reçurent un aliment de base composé de :

Semoule de blé (%).....	90
Huile d'arachide (%).....	5
Mélange minéral <sup>(1)</sup> et vitamines du complexe B (%).....	5

Les vitamines A et D<sup>2</sup> sont données sous forme de gouttes. Les trois groupes reçoivent au biberon et *ad libitum* les liquides suivants :

- pour le groupe I, témoin, de l'eau;
- pour le groupe II, du sérum de fromagerie;
- pour le groupe III, du sérum de coagulation du latex.

Les quantités de liquide consommées sont mesurées quotidiennement. Les rats sont pesés également chaque jour.

Le tableau I donne les résultats obtenus après 25 jours d'expérience.

TABLEAU I.

Lots.	Supplément au régime de base.	Gain journalier par rat (g).	Efficacité (*) protidique.	Aliment de base consommé par jour.	Liquide absorbé par jour.
I.....	»	1,04	1,45	8,2	8,43
II.....	Sérum lait	2,14	2,28	11,5	9,91
III.....	» latex Hévéa	1,50	1,73	8,8	9,74

$$(*) \text{ Efficacité protidique} = \frac{\text{Gain de poids (g)}}{\text{Quantité de protides ingérés (g)}}$$

Cependant on peut considérer que la croissance excédentaire obtenue dans les groupes II et III est due, d'une part, à la quantité d'aliment de base ingéré en supplément et aux protides absorbés avec la boisson. Cette quantité nulle pour le groupe I puisqu'il s'agissait d'eau, se montant respectivement à 2,05 et à 0,93 g pour les groupes II et III absorbant le sérum de fromagerie et le sérum de latex. Pour ces protides excédentaires provenant de la boisson on peut considérer une efficacité protidique de 3,07 g dans le cas du sérum de latex et de 5,09 g dans le cas du sérum de fromagerie.

Il apparaît ainsi qu'avec un régime de base uniquement composé de semoule de blé, le sérum de latex d'Hévéa permet un gain de croissance appréciable qui, sans atteindre celui obtenu avec le sérum de fromagerie, permet d'envisager une supplémentation des protides des céréales, supplémentation dont l'intérêt pratique peut être très grand pour l'élevage se développant dans les zones de plantation d'arbres à caoutchouc.

(\*) Séance du 12 août 1957.

(<sup>1</sup>) R. FERRANDO, *Thèse, Doctorat ès-Sciences naturelles*, 1952.

IMMUNOLOGIE. — *Mécanisme de la détoxification des toxines par le formol. Étude de deux nouveaux dérivés atoxiques antigéniques : 2.4-dinitrofluorobenzène toxoïde et  $\beta$ -propiolactone toxoïde.* Note (\*) de M. MARCEL RAYNAUD, M<sup>lle</sup> JUDITH BLASS et M. ANDRÉ TURPIN, présentée par M. Jacques Tréfouël.

Le fluorodinitrobenzène permet d'analyser les modifications subies par la molécule de toxine lors de sa transformation en anatoxine par le formol. On a trouvé que 26 % des groupes  $\epsilon$ -NH<sub>2</sub> de la lysine sont bloqués par le formol dans l'anatoxine. Deux nouveaux toxoïdes tétaniques ont été préparés, l'un par action ménagée du fluorodinitrobenzène, l'autre par action de la  $\beta$ -propiolactone sur la toxine tétanique purifiée.

Nous avons fait réagir le 2.4-dinitrofluorobenzène (DNP) [réactif de P. Sanger (<sup>1</sup>)] sur une toxine tétanique de haute pureté, ne présentant qu'un seul constituant décelable à l'électrophorèse, à l'ultracentrifugation et aux tests immunologiques (précipitation spécifique en gel). Si les concentrations relatives de protéine et de fluorodinitrobenzène sont convenablement choisies (concentration en toxine : 200  $\mu$ g d'azote par millilitre; concentration en fluorodinitrobenzène : 0,32  $\mu$ g/ml), on observe en 24 h, à 20°, une disparition complète de la toxicité. Le produit coloré et opalescent obtenu, débarrassé de l'excès de fluorobenzène par dialyse, est soluble et stable à l'obscurité. Il continue de réagir avec l'antisérum antitétanique et son activité floculante est de 80 % environ de celle de la toxine de départ. Le temps de floculation est un peu plus long (8 mn) que celui de la toxine (2 mn), dans les mêmes conditions [sérum identique, concentration : 50 unités de floculation par millilitre; technique G. Ramon (<sup>2</sup>)]. Il s'agit d'un nouveau type de dérivé antigénique atoxique.

Réservant le nom d'anatoxine au dérivé atoxique obtenu par action du formol sur la toxine (<sup>3</sup>), nous proposons pour ce nouveau dérivé le nom de toxoïde-DNP. Il est facile après hydrolyse acide complète de titrer avec précision, par spectrophotométrie, l' $\epsilon$ -DNP lysine, et après chromatographie sur papier, d'estimer avec une bonne approximation, la teneur en O-DNP-tyrosine et N-imidazol-DNP histidine. On retrouve également dans ces hydrolysats, une faible proportion des dérivés DNP des acides N-terminaux de la toxine tétanique.

On constate que dans le toxoïde tétanique DNP, seule une certaine proportion des groupes réactifs libres sur la molécule de toxine ont réagi, à savoir 26 % des groupes  $\epsilon$ -NH<sub>2</sub> lysine, et 55 % des groupes OH de la tyrosine. On ne trouve pas de quantité appréciable de N-DNP histidine.

Si l'on emploie une concentration plus élevée de fluorodinitrobenzène, de façon à obtenir un dérivé où 60 % des groupes  $\epsilon$ -NH<sub>2</sub> de la lysine sont combinés sous forme de dérivé DNP, le corps obtenu est insoluble. Injecté à la Souris jusqu'à des doses correspondant à 20 unités de floculation, il s'est révélé dépourvu de tout pouvoir vaccinant.

Si l'on fait réagir le dinitrofluorobenzène en excès sur une anatoxine formol de haute pureté (obtenue par action du formol sur le même échantillon de toxine pure utilisé dans l'expérience précédente), on constate que les groupes  $\epsilon$ -NH<sub>2</sub> de la lysine, combinés au formol dans l'anatoxine, ne réagissent pas avec le fluorodinitrobenzène. Les groupes méthyléniques étant éliminés lors de l'hydrolyse acide, la fraction des  $\epsilon$ -NH<sub>2</sub> lysine combinés avec le formol est obtenue dans l'hydrolysate sous forme de lysine libre. On trouve 26 à 32 % pour cette fraction. La lysine non combinée au formol est retrouvée sous forme de  $\epsilon$ -DNP-lysine : nous avons ainsi retrouvé 74 % de la lysine totale, ainsi que toute la tyrosine et toute l'histidine sous forme des dérivés O- et N-DNP. La présence de 100 % de O-DNP tyrosine et de 100 % de N-DNP histidine peut être interprétée de deux façons différentes :

1° Dans l'anatoxine formol, il n'y avait pas de combinaison du formol avec les groupes OH tyrosine et N-imidazole histidine;

2° Les combinaisons éventuelles du formol avec l'OH tyrosine et le N-imidazole histidine ont été décomposées par le fluorodinitrobenzène.

Si l'on fait agir sur la toxine tétanique (200  $\mu$ g d'azote par millilitre) de la  $\beta$ -propiolactone (\*) (BPL) (concentration finale 1 %) à 0°, on note une disparition rapide de la toxicité. Au bout de 24 h, le dérivé obtenu, complètement atoxique, continue à flocculer avec le sérum antitétanique. Nous proposons de l'appeler toxoïde BPL.

Le pouvoir antigénique *in vivo* de ces nouveaux toxoïdes est à l'étude.

Le fluorodinitrobenzène se révèle, par ces recherches, comme un réactif de choix pour l'étude des propriétés biologiques des toxines, des enzymes et des virus. On peut en effet bloquer grâce à lui, des proportions déterminées des groupes réactifs  $\epsilon$ -NH<sub>2</sub> de la lysine, OH tyrosine, N-imidazole histidine (proportions qu'on peut mesurer par l'analyse des produits d'hydrolyse de la protéine) et voir l'influence que ces modifications apportent dans l'activité biologique. Il serait particulièrement important d'étudier son action sur les propriétés infectantes et antigéniques de certains virus. Cette recherche ne présente cependant d'intérêt qu'à condition de faire agir le fluorodinitrobenzène sur des échantillons de virus ou d'enzymes de très haute pureté, condition nécessaire pour que l'étude des produits d'hydrolyse présente une signification.

(\*) Séance du 5 août 1957.

(<sup>1</sup>) *Bioch. J.*, **39**, 1945, p. 507.

(<sup>2</sup>) *C. R. Soc. Biol.*, **86**, 1922, p. 661.

(<sup>3</sup>) G. RAMON, *Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 1338.

(<sup>4</sup>) G. A. LO GRIPPO et F. W. HARTMAN, **75**, 1945, p. 123.

La séance est levée à 15 h 15 m.

L. B.



## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

## OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE JUILLET 1957.

*A history of luminescence from the Earliest Times Until 1900*, by E. NEWTON HARVEY. Philadelphia, The American philosophical Society, 1957; 1 vol. 24 cm.

*Travaux de l'Association internationale de géodésie. Tome XIX, par PIERRE TARDI. Rapports généraux établis à l'occasion de la X<sup>e</sup> Assemblée générale*, Rome, 14-25 septembre 1954. Paris, Au secrétariat de l'Association, 1956; 1 vol. 27 cm.

Œuvres de PIERRE TEILHARD DE CHARDIN. 2. *L'apparition de l'Homme*. 3. *La vision du passé*. Paris, Éditions du Seuil, s. d.; 2 vol. 19,5 cm.

*Les rouilles des légumineuses fourragères et spontanées*, par A.-LUCIEN GUYOT. Paris, Paul Lechevalier, 1957; 1 vol. 25 cm (présenté par M. R. Heim).

*Major activities in the atomic energy programs. January-June 1955*. Washington, United States Atomic energy commission, 1955; 1 vol. 23 cm.

*A catalogue of 9867 stars in the southern hemisphere with proper motions exceeding 0."2 annually*, by WILLEM J. LUYTEN. Minnesota, Minneapolis, The lund Press, 1957; 1 vol. 28 cm.

*International Astronomical Union. Transactions of the international astronomical Union*. Vol. IX, 1955. Ninth general assembly held at Dublin 29 August to 5 September 1955, by P. Th. OOSTERHOFF, Cambridge, At the University Press, 1957; 1 vol. 25,5 cm.

*Internationalität in den Naturwissenschaften*, von BERNHARD PEYER. Separatabdruck aus der Festschrift Max Huber vom Krieg und vom Frieden; 1 fasc. s. d.; 24 cm.

*Die Entwicklung des Schädelskeletes von Vipera aspis*, von BERNHARD PEYER, in *Morphologischen Jahrbuch*, Band XLIV, Heft 4. Leipzig, Wilhelm Engelmann, 1912; 1 fasc. 23,5 cm.

Extrait de *Mitteilungen der Badischen geologischen Landesanstalt*, Band VIII, Heft 2, 1919. *Ueber ein neues Rhätvorkommen im Keuper des Donau-Rheinzuges*, von FERDINAND SCHALCH, und BERNHARD PEYER, mit Tafel XXIX-XXXIV und 3 Textfiguren; 1 fasc. 27 cm.

*Ferdinand Schalch 1848-1918*, von BERNHARD PEYER, in *Nekrologen zu den Verhandlungen der Schweiz. Naturf. Gesellschaft*. Lugano, 1919; 1 fasc. 23 cm.

*Ferdinand Schalch und seine Sammlung*, von BERNHARD PEYER, in *Fremden- und Verkehrs-Zeitung*, n° 1, 1919; 1 fasc. 22,5 cm.

*Ueber Wesen und Ziele der Palaeontologie*, von BERNHARD PEYER, in *Mitt. der Naturn. Gesells. Winterthur.*, Heft 13, 1919-1920; 1 fasc. 23 cm.

Extraits de *Anatomischer Anzeiger*, Band 52, n<sup>o</sup> 3-4, 1919 : *Die Flossenstacheln der Welse*, von BERNHARD PEYER. Band 53, n<sup>o</sup> 4, 1920 : *Zum Problem der Entstehung der Zahnform*, von BERNHARD PEYER; 1 feuille et 1 fasc. 23,5 cm.

Extraits de *Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschender Gesellschaft*, 1920 : *Fossile Welse aus dem Eocän Ägyptens*, von BERNHARD PEYER; — 1925 : *Vorläufige Mitteilung über Trias-Fossilien aus Meride (Tessin)*, von BERNHARD PEYER; — 1926 : *Ueber einen Fall von Caries an einem Rochengebiss*, von BERNHARD PEYER; — 1926 : *Medizinisches bei Martial*, von BERNHARD PEYER und M. REMUND; — 1928 : *Bestätigung einer von Francesco Redi im Jahre 1684 veröffentlichten Beobachtung. Kurzer geschichtlicher Überblick über die Untersuchungen des Geschlechtsapparates der Gastropoden*, von BERNHARD PEYER; — 1932 : *Fritz Oppliger 1861-1932*, von BERNHARD PEYER; — 1934 : *Zehn Jahre Tessiner Fossiliengrabung des Zoologischen Museums der Universität Zürich*, von BERNHARD PEYER; Band XLV, 1934 : *Ein Saurierwirbel aus dem Terrain à chailles von Grellingen (Berner Jura)*, von BERNHARD PEYER und ED. KOECHLIN; 5 feuilles et 3 fasc. 23 cm.

*Eröffnungsrede des Jahrespräsidenten*, von BERNHARD PEYER, in 102 *Jahresversammlung der Schweizerischen Naturforschender Gesellschaft*. Schaffhausen, 1921; 1 fasc. 23 cm.

*Ueber die Flossenstacheln der Welse und Panzerwelse, sowie des Karpfens*, von BERNHARD PEYER. Leipzig, W. Engelmann, 1922; 1 fasc. 23 cm.

*Abhandlungen der Bayerische Akademie der Wissenschaften*. XXX, Band 5. *Ergebnisse der Forschungsreisen Prof. E. Stromers in den Wüsten Ägyptens*. II. *Wirbeltier-Reste der Baharije-Stufe (unterstes Cenoman)*. 6. *Die Ceratodus-Funde*, von BERNHARD PEYER. München, 1925; — V. *Tertiäre Wirbeltiere*. 2. *Die Welse des ägyptischen Alttertiärs nebst einer kritischen Übersicht über alle fossilen Welse*, von BERNHARD PEYER. München, 1928; 2 fasc. 29,5 cm.

Id. *Mitteilungen über die Wirbeltierreste aus dem Mittelplozän des Natrontales (Ägypten)*. 7. *Selachii und Acanthopterygii*, von WILHELM WEILER nebst einem Anhang über die Mittelplozänen Siluriden des Natrontales, von BERNHARD PEYER. München, 1926; 1 fasc. 22 cm.

*Die Kopulation von Limax cinereoniger Wolf.*, von BERNHARD PEYER und E. KUHN. Zurich, 1928; 1 fasc. 24 cm.

Extrait de *Nekrologen zu den Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft*. Lausanne, 1928 : *Professor Dr Jakob Meister 1850-1927*, von BERNHARD PEYER; 1 fasc. 23 cm.

Extraits de *Bericht über die achte Jahresversammlung der Schweizerischen Paläontologischen Gesellschaft*. *Eclogæ geologicæ Helvetiæ*, Band 21, n<sup>o</sup> 2, 1928 : *Scarus baltringensis Probst aus der marinen Molasse von Benken am Kohlfirst, Kt. Zurich*; — *Rochen-Eikapseln aus den Horwerschichten (unteres Stampien) von Grisigen, Kt.*



Luzern; — Band 24, n° 2, 1931 : *Ueber einen Placodontierzahn aus dem Lias von Arzo*; — Band 25, n° 2, 1932 : *Saurierwirbel aus der Lettenkohle der Schambelen*; — Band 26, n° 2, 1933 : *Ueber einen Acrodus. Zahn aus dem Basler, Dogger, mit Bemerkungen über das Selachiergebiss im allgemeinen*; — Vol. 30, n° 2, 1937 : *Ein fossiler Ganoidfisch aus der Val Sassa Graubünden*; — Vol. 31, n° 2, 1938 : *Ueber einen Schädebrest eines Carnivoren aus der Meeresmolasse von Wildensbuch, Kt. Zurich*; — Vol. 32, n° 2, 1939 : *Ueber die Rekonstruktion des Skelettes von Tanystropheus*; — Vol. 48, n° 2, 1955 : *Demonstration von Trias-Vertebraten aus Palästina*; — *Demonstration eines fossilen Seesternes aus den Glarner Bergen*, von BERNHARD PEYER. Basel, Birkhäuser; 10 fasc. 24 cm.

*Veröffentlichungen der Schweizerischen Gesellschaft für Geschichte der Medizin und der Naturwissenschaften. VI. Medizinisches aus Martial mit ergänzungen aus Juvenal und einem Naturgeschichtlichen anhang*, von BERNHARD PEYER und H. REMUND. Zurich et Leipzig, Orell Füssli Verlag, 1928; 1 fasc. 21 cm.

Id. VIII. *Der Arzt Johann Conrad Peyer 1653-1712*, von BERNHARD PEYER. XIII. *Bildnis und Siegel des arztes Johann Conrad Peyer 1653-1712*, von BERNHARD PEYER und HEINRICH PEYER. 2 fasc., 1932 et 1943, 29 cm.

Extrait de *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich*, LXXIV, 1929 : *Professor Dr Louis Rollier zu seinem 70. Geburtstag am 19. mai 1929*, von BERNHARD PEYER; — LXXVI, 1931 : *Louis Rollier (1859-1931; Mitglied der Gesellschaft seit 1905)*, von BERNHARD PEYER; 1 fasc. et 1 feuille 24 cm.

Id. LXXXV, 1940 : *Beiträge zur Kenntnis des Gebisses von Heloderma*, von CARL ODERMATT; — LXXXVII, 1942 : *Beiträge zur Kenntnis des Gebisses von Varanus salvator Laur.*, von PHILIPPE BULLET. Zurich, Fretz Ag.; 2 fasc. 24 cm.

Extraits de *Revue suisse de zoologie*. Tome 36, n° 3, 1929 : *Das Gebiss von Varanus L. und von Dracæna Guianensis Daud*, von BERNHARD PEYER; — Tome 53, n° 4, 1946 : *Beiträge zur Kenntnis des Selachiergebisses*, von ERNST MARQUARD; — Tome 54, n° 19, 1947 : *Ueber den Zahnwechsel bei Selachiern*, von HANS HEINRICH LANDOLT; 3 fasc. 24,5 cm.

Extraits de *Centralblatt f. Min. etc.*, 1930 : *Tanystropheus longobardicus Bass. sp.*, von BERNHARD PEYER; — 1931 : *Macrocnemus, nicht Macrochemus*, von BERNHARDT PEYER; — 1931 : *Paraplocodus broilii nov. gen. nov. sp., ein neuer Placodontier aus der Tessiner Trias*, von BERNHARD PEYER; 1 feuille et 2 fasc. 22,5 cm.

Extraits de *Handbuch der vergleichenden Anatomie*. Band 1, 1931 : *Hartgebilde des Integumentes*; — Band 3 : *Zähne und Gebiss*, von BERNHARD PEYER. Berlin und Wien, Verlag von Urban und Schwarzenberg; 2 fasc. 26 cm.

Extraits de *Schweizerischen Paleontologischen Gesellschaft. Série Zoologie*. Band L, 1931 : *Die Triasfauna der Tessiner Kalkalpen. I. Einleitung. II. Tanystropheus longobardicus Bass. sp.*, von BERNHARD PEYER; — Band LI, 1931 : *III. Placodontia. IV. Ceresiosaurus calcagnii nov. gen. nov. spec. V. Pachypleurosaurus edwardsii Corn. sp.*, von BERNHARD PEYER; — Band LIII, 1933 : *VI. Note sur un Miocidarid nouveau*, par ALPHONSE JEANNET; — Band LIII-LIV, 1934 : *VII. Neubeschreibung der Saurier*



von Perledo, von BERNHARD PEYER; — Vol. LV, 1935 : VIII. *Weitere Placodontierfunde*, von BERNHARD PEYER; — Vol. LVI, 1935 : IX. *Pachypleurosaurus edwardsii*, *Cornalia* sp. *Osteologie-Variationsbreite. Biologie*, von RAINER ZANGERL; — Vol. LVII, LVIII, LIX, 1937 : X. *Clarazia schinzi* nov. gen. nov. spec. XI. *Hescheleria rübeli* nov. gen. nov. spec. XII. *Macrocnemus bassanii* Nopcsa, von BERNHARDT PEYER; — Band LX, 1937 : XIII. *Beiträge zur Kenntnis des Ganoidengebisses, insbesondere des Gebisses von Colobodius*, von SIGMUND EGIL GUTTORMSEN; — Band LXII, 1939 : XIV. *Paranothosaurus amsleri* nov. gen. nov. spec., von BERNHARD PEYER; — 1945 : XV. *Beiträge zur Kenntnis des Ladinikums im Gebiete des Monte San Giorgio*, von ALBERT WIRZ; — 1946 : *Die schweizerischen Funde von Asteracanthus (Strophodus)*, von BERNHARD PEYER; — Band LXV, 1947 : XVI. *Beiträge zur Kenntnis des Ichthyosauriergebisses*, von ALBERT BESMER; — Band LXX, 1954 : *Ein Gebissfund von Lepidotus aus dem oberen weissen Jura von Thayngen, Kt. Schaffhausen (Schweiz)*, von BERNHARD PEYER; — Band LXIX, 1952 : XVII. *Askeptosaurus italicus* Nopcsa, von EMIL KUHN. Basel, Birkhäuser Ag.; 14 fasc. 32 cm.

Extraits de *Volks Hochschule*. Heft 6, 1933 : *Fritz Drevermann*, et Heft 6, 1934 : *Zum IV. Internationalen Radiologen-Kongress*, von BERNHARD PEYER. Zurich; 2 fasc. 22,5 cm.

Extraits de *Acta Radiologica*. Vol. XV, fasc. 4-5, mars 1934 : *Ueber die Röntgenuntersuchung von Fossilien, hauptsächlich von Vertebraten*, von BERNHARD PEYER; — mai 1934 : *Ueber die anwendungsmöglichkeiten der Röntgenuntersuchung in der zoologie*, von H. R. SCHINZ und BERNHARD PEYER. Stockholm, Norstedt and Söner; 2 fasc. 25 cm.

*Hescheleria rübeli* nov. gen. nov. spec., von BERNHARD PEYER. Zurich, 1936; 1 feuillet 23 cm.

*Die Lösung eines paläontologischen Rätsels*, von BERNHARD PEYER, in *Bericht. Halle (Saale)*, 1937; 1 fasc. 25,5 cm.

*Die Triasfauna der Tessiner Kalkalpen*, von BERNHARD PEYER, in *Forschungen und Fortschritte*, n° 30, 1937; 1 fasc. 30 cm.

*Eine Molluskenfauna aus dem Neogen von Iquitos am Oberen Amazonas in Peru*, von LEONARD DE GREVE. Thèse. Basel, E. Birkhäuser, 1938; 1 fasc. 32 cm.

*Ueber Tholodus Schmidti H. V. Meyer*, von BERNHARD PEYER, in *Paläontographica*, Band XC, n° A. Stuttgart, E. Schweizerbart's Verlagsbuchhandlung, 1939; 1 fasc. 30 cm.

*Saurierjagd in den Tessiner Kalkalpen*, von BERNHARD PEYER, in *Die Alpen*, 1941, Heft 11. Bern, Stämpfli and Cie; 1 fasc. 25,5 cm.

Extraits de *Schweizerischen Paläontologischen Abhandlungen herausgegeben von einer Kommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft*, Band 63, 1942 : *Fossile Riesenschildkröten aus der oberen Süsswassermolasse*, von BERNHARD PEYER; — Band 72, 1955 : *Die Triasfauna der Tessiner Kalkalpen. XVIII. Helveticosaurus zollingeri n. g. n. sp.*, von BERNHARD PEYER; — Band 72, 1956 : *Ueber Zähne von Haramiyden, von Triconodonten und von wahrscheinlich synapsiden Reptilien aus*

*dem Rhät von Hallau Kt. Schaffhausen, Schweiz*, von BERNHARD PEYER. Basel, Birkhäuser Verlag; 3 fasc. 32 cm.

*Brief an Ernst Schelbli in Hallau*, von BERNHARD PEYER. Zurich, 2 nov. 1944; 1 fasc. 18 cm.

*Beiträge zur Kenntnis von Rhät und Lias*, von BERNHARD PEYER, in *Eclogæ geologicæ helvetiæ*, vol. 36, n° 2, 1943. Basel, Birkhäuser and Cie, 1944; 1 fasc. 24,5 cm.

1924-1944. *Die Reptilien vom Monte San Giorgio*, von BERNHARD PEYER. Zurich, Fretz Ag., 1944; 1 fasc. 24 cm.

*Beiträge zur Kenntnis des gebisses von Rana esculenta L. mit besonderer Berücksichtigung des Zahnwechsels*, von PAUL MEYER. Zurich, Fretz Ag., 1944; 1 fasc. 22,5 cm.

*Ueber Algen und Pilze in tierischen Hartsubstanzen*, von BERNHARD MEYER, in *Archiv der Julius Klaus-Stiftung*. Band XX, 1945. Série Zoologie. Zurich, Orell Füssli, 1945; 1 fasc. 24,5 cm.

*Die biologischen arbeiten des arztes Johannes von Muralt 1645-1733*, von BERNHARD PEYER. Thayngen, Buchdruckerei Karl Augustin, 1946; 1 vol. 30 cm.

(A suivre.)

